



Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня: x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
Десятки		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ГЕОМЕТРИЯ

Часть 1

- Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.
- Радиус r окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{6}a$.
- Радиус R окружности, описанной около правильного треугольника со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{3}a$.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

- Формула длины l окружности радиусом R :

$$l = 2\pi R.$$

- Формула длины l дуги окружности радиусом R , на которую опирается центральный угол в φ градусов:

$$l = \frac{2\pi R \varphi}{360}.$$

- Формула площади S параллелограмма со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = ah.$$

- Формула площади S треугольника со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

- Формула площади S трапеции с основаниями a , b и высотой h :

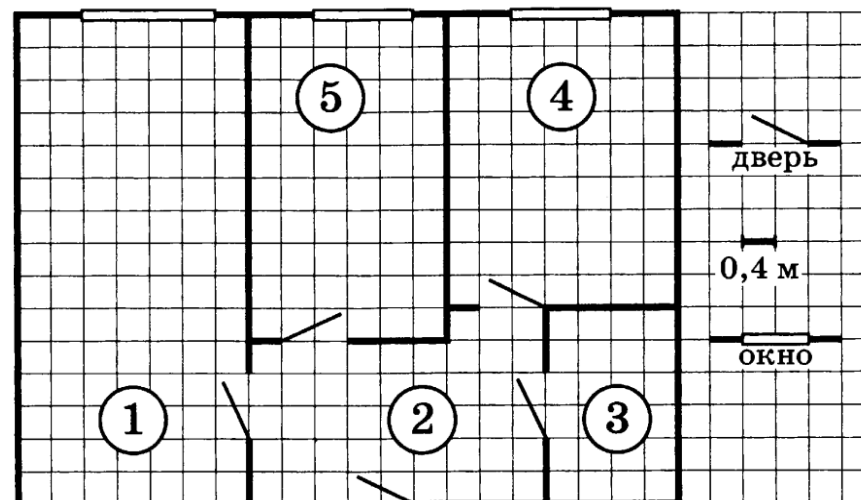
$$S = \frac{a+b}{2}h.$$

- Формула площади S круга радиусом R :

$$S = \pi R^2.$$

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На рисунке изображён план двухкомнатной квартиры в многоэтажном жилом доме. В правой части рисунка даны обозначения двери и окна, а также указано, что длина стороны клетки на плане соответствует 0,4 м. Вход в квартиру находится в прихожей. В квартире есть три окна. Самое широкое из них — в гостиной. Также окна есть в спальне и кухне. Самая маленькая площадь в квартире у санузла, который имеет общую стену с кухней. Балкон и лоджия в этой квартире отсутствуют.



- 1 Для помещений, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк перенесите последовательность пяти цифр.

Помещения	спальня	санузел	кухня	гостиная	прихожая
Цифры					

- 2 Найдите ширину окна в спальне. Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: _____.

- 3 Плитка для пола размером $10 \text{ см} \times 20 \text{ см}$ продаётся в упаковках по 10 штук. Сколько упаковок плитки необходимо купить, чтобы выложить пол санузла?

Ответ: _____.

- 4 Найдите площадь кухни. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

- 5 Сколько процентов составляет площадь кухни от площади всей квартиры?

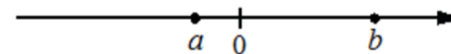
Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения

$$\frac{3}{5} : \frac{2}{15}$$

Ответ: _____.

- 7 На координатной прямой отмечены числа a и b .



Какое из приведённых утверждений для этих чисел **неверно**?

- 1) $a + b > 0$
- 2) $a - b < 0$
- 3) $ab > 0$
- 4) $ab^2 < 0$

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения

$$\frac{b^{6\sqrt{2}+1}}{(b^{\sqrt{2}})^6}$$

при $b = 0,5$.

Ответ: _____.

- 9 Решите уравнение

$$9x^2 = 54x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Ответ: _____.



- 10** В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен **не** из России.

Ответ: _____.

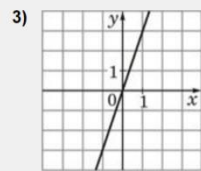
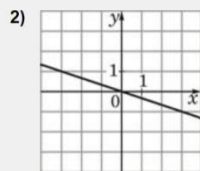
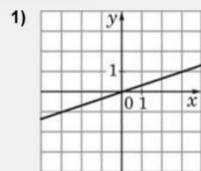
- 11** Установите соответствие между функциями и их графиками.

ФУНКЦИИ

А) $y = 3x$

Б) $y = \frac{1}{3}x$

В) $y = -\frac{1}{3}x$

ГРАФИКИ

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

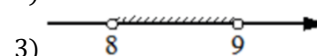
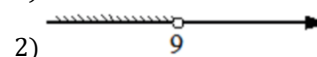
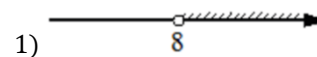
Ответ:

- 12** Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R , если мощность составляет 29,25 Вт, а сила тока равна 1,5 А. Ответ дайте в омах.

Ответ: _____.

- 13** Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} x > 8, \\ 9 - x > 0. \end{cases}$$



4) нет решений

Ответ:

- 14** Насте надо подписать 799 открыток. Ежедневно она подписывает на одно и то же количество открыток больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Настя подписала 15 открыток. Определите, сколько открыток было подписано за шестой день, если вся работа была выполнена за 17 дней.

Ответ: _____.



- 15 Один из углов прямоугольной трапеции равен 107° . Найдите меньший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

- 16 Радиус окружности, описанной около равностороннего треугольника, равен 6. Найдите высоту этого треугольника.



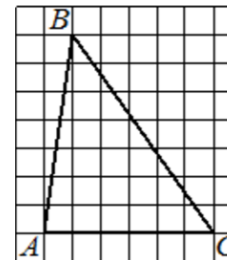
Ответ: _____.

- 17 Периметр треугольника равен 50, одна из сторон равна 20, а радиус вписанной в него окружности равен 4. Найдите площадь этого треугольника.



Ответ: _____.

- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне AC .



Ответ: _____.

- 19 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90 градусам.
- 2) Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.
- 3) В любой четырёхугольник можно вписать окружность.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.



Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3x^2 - 2x = y, \\ 3x - 2 = y. \end{cases}$$

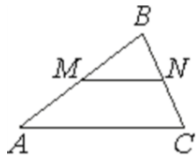
- 21 Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

- 22 Постройте график функции

$$y = \frac{3x + 5}{3x^2 + 5x}.$$

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

- 23 Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно, $AC = 18$, $MN = 8$. Площадь треугольника ABC равна 81. Найдите площадь треугольника MBN .



- 24 Окружности с центрами в точках I и J не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении $m:n$. Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как $m:n$.

- 25 В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведённую из вершины B , в отношении 5:3, считая от точки B . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $BC = 8$.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.





Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ
1	53412
2	120
3	20
4	10,08
5	21
6	4,5
7	3
8	0,5
9	0
10	0,35
11	312
12	13
13	3
14	35
15	73
16	9
17	100
18	3
19	1
20	$(1; 1); \left(\frac{2}{3}; 0\right)$
21	18
22	9/25
23	16
24	■
25	5

Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20

Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x^2 - 2x = y, \\ 3x - 2 = y. \end{cases}$



417E79

$$\begin{aligned} 3x^2 - 2x &= 3x - 2 \\ 3x^2 - 5x + 2 &= 0 \\ D &= 1 \\ x &= \frac{5 \pm 1}{6} \\ x_1 &= 1 \quad x_2 = \frac{2}{3} \\ y_1 &= 3 \cdot 1 - 2 = 1 \quad y_2 = 3 \cdot \frac{2}{3} - 2 = 0 \end{aligned}$$

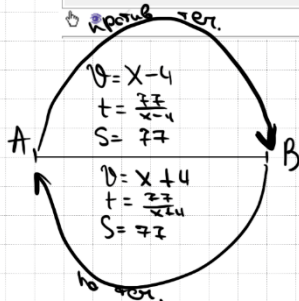
ОТВЕТ: $(1, 1); (\frac{2}{3}, 0)$

21

Моторная лодка прошла против течения реки 77 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

против течения

930157



$$\begin{aligned} t_{\text{по течения}} - t_{\text{против течения}} &= 2 \\ \frac{77}{x-4} - \frac{77}{x+4} &= 2 \\ \frac{77(x+4) - 77(x-4)}{(x-4)(x+4)} &= 2 \\ \frac{77x + 308 - 77x + 308}{x^2 - 16} &= 2 \\ \frac{616}{x^2 - 16} &= 2 \\ x^2 - 16 &= 308 \\ x^2 &= 324 \\ x &= 18 \end{aligned}$$

ОТВЕТ: 18

Баллы	Содержание критерия
2	Обосновано получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

22

Постройте график функции

$$y = \frac{3x + 5}{3x^2 + 5x}$$

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

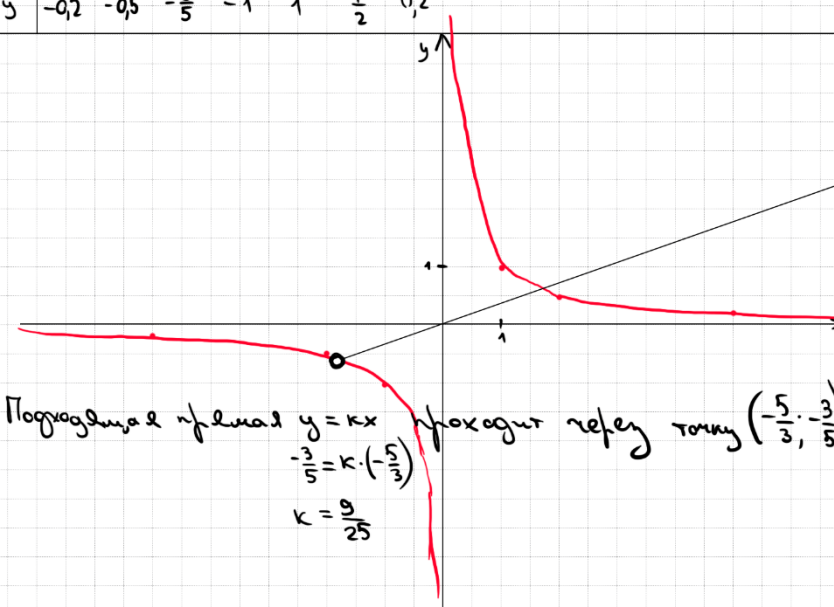
DA94D8

$$y = \frac{3x+5}{x \cdot (3x+5)}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x \neq 0 \\ 3x+5 \neq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq -\frac{5}{3} \end{cases}$$

$$\text{Получим } y = \frac{1}{x}$$

x	-5	-2	$-\frac{5}{3}$	-1	1	2	5
y	-0,2	-0,5	$-\frac{3}{5}$	-1	1	$\frac{1}{2}$	0,2



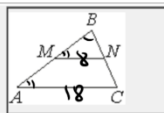
Поглощающая прямая $y = kx$ проходит через точку $(-\frac{5}{3}, -\frac{3}{5})$
 $-\frac{3}{5} = k \cdot (-\frac{5}{3})$
 $k = \frac{9}{25}$

ОТВЕТ: $\frac{9}{25}$

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

23

Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно, $AC = 18$, $MN = 8$. Площадь треугольника ABC равна 81. Найдите площадь треугольника MBN .



Отношения площадей

Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия



$\frac{S_{\text{большого треугольника}}}{S_{\text{маленького треугольника}}} = k^2$

$$\textcircled{1} \triangle ABC \sim \triangle BMN \text{ по 2 углам } \left(k = \frac{18}{8} = \frac{9}{4} \right)$$

$$\textcircled{2} \frac{S_{ABC}}{S_{BMN}} = \left(\frac{9}{4} \right)^2$$

$$\frac{81}{S_{BMN}} = \frac{81}{16} \Rightarrow S_{BMN} = 16$$

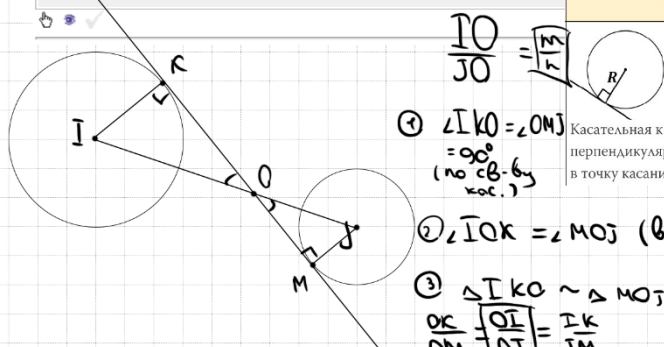
ОТВЕТ: 16

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

24

Окружности с центрами в точках I и J не имеют общих точек, и ни одна из них не лежит внутри другой. Внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры, в отношении $m : n$. Докажите, что диаметры этих окружностей относятся как $m : n$.

Свойство касательной



$$\frac{IO}{JO} = \frac{m}{n}$$

$\textcircled{1} \angle IKO = \angle OMJ$
 $= 90^\circ$
 (по СВ-б. кас.)

Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания

$$\textcircled{2} \angle IOK = \angle MOJ \text{ (верт.)}$$

$$\textcircled{3} \triangle IKO \sim \triangle MOJ \text{ по 2 углам}$$

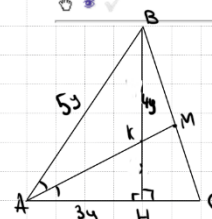
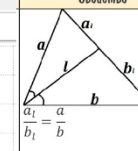
$$\frac{OK}{OM} = \frac{OI}{OJ} = \frac{IK}{JM} \Rightarrow \frac{IK}{JM} = \frac{m}{n}$$

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведённую из вершины B , в отношении $5 : 3$, считая от точки B . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $BC = 8$.

Свойство



$\textcircled{1}$ по свойству биссектрисы:
 $\frac{AB}{AC} = \frac{5y}{3y} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{5}{3}$

$$\textcircled{4} \frac{BC}{\sin A} = 2R$$

$$\frac{8}{\frac{4}{5}} = 2R$$

$$R = 5$$

$$\textcircled{2} BM = \sqrt{(5y)^2 - (3y)^2} = 4y$$

$$\textcircled{3} \sin A = \frac{4y}{5y} = \frac{4}{5}$$

ОТВЕТ: 5

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл





В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953),

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

1. Работа направляется на третью проверку, если расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, которое было оценено двумя экспертами со столь существенным расхождением.

2. Работа участника ОГЭ направляется на третью проверку при наличии расхождений в двух или более заданиях. В этом случае третий эксперт перепроверяет задания 20–25 с развёрнутым ответом.