



Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня: x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
Десятки		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ГЕОМЕТРИЯ

Часть 1

- Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.
- Радиус r окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{6}a$.
- Радиус R окружности, описанной около правильного треугольника со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{3}a$.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

- Формула длины l окружности радиусом R :

$$l = 2\pi R.$$

- Формула длины l дуги окружности радиусом R , на которую опирается центральный угол в φ градусов:

$$l = \frac{2\pi R \varphi}{360}.$$

- Формула площади S параллелограмма со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = ah.$$

- Формула площади S треугольника со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

- Формула площади S трапеции с основаниями a , b и высотой h :

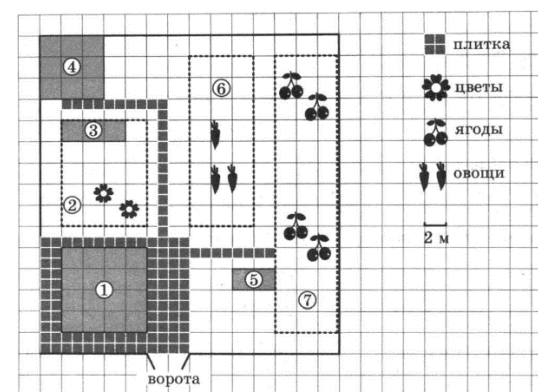
$$S = \frac{a+b}{2}h.$$

- Формула площади S круга радиусом R :

$$S = \pi R^2.$$

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На плане изображён дачный участок по адресу: СНТ Рассвет, ул. Центральная, д. 32 (сторона каждой клетки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

Площадь, занятая жилым домом, равна 64 кв. м. Помимо жилого дома, на участке есть баня, к которой ведёт дорожка, выложенная специальным садовым покрытием.

Между жилым домом и баней находится цветник с теплицей. Теплица отмечена на плане цифрой 3. Напротив жилого дома находится бак с водой для полива растений, за ним плодово-ягодные кустарники. В глубине участка есть огород для выращивания овощей, отмеченный цифрой 6. Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и застелены садовым покрытием, состоящим из плит размером 1 м × 1 м. Прямоугольная площадка вокруг дома выложена плитками такого же размера, но другой фактуры и цвета.

К дачному участку подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение.



- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Объекты	жилой дом	цветник	бак с водой	баня
Цифры				

- 2 Плиты для садовых дорожек продаются в упаковках по 6 штук. Сколько упаковок плит понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку вокруг дома?

Ответ: _____.

- 3 Найдите площадь бани. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

- 4 Найдите суммарную площадь плитки на прямоугольной площадке вокруг дома. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

- 5 Хозяин участка планирует установить в жилом доме систему отопления. Он рассматривает два варианта: электрическое или газовое отопление. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о расходе газа, электроэнергии и их стоимости даны в таблице.

	Нагреватель (котёл)	Прочее оборудование и монтаж	Сред. расход газа/сред. потребл. мощность	Стоимость газа/электроэнергии
Газовое отопление	22 тыс. руб.	16 412 руб.	1,3 куб. м/ч	4,4 руб./куб. м
Электр. отопление	18 тыс. руб.	12 000 руб.	4,7 кВт	4,2 руб./(кВтч)

Обдумав оба варианта, хозяин решил установить газовое оборудование. Через сколько часов непрерывной работы отопления экономия от использования газа вместо электричества компенсирует разницу в стоимости установки газового и электрического оборудования?

Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения

$$\frac{4,4 \cdot 0,6}{6,6}.$$

Ответ: _____.

- 7 Какому из данных промежутков принадлежит число $\frac{2}{9}$?

- 1) $[0,1; 0,2]$
 2) $[0,2; 0,3]$
 3) $[0,3; 0,4]$
 4) $[0,4; 0,5]$

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения

$$x \cdot 2^{-4x-2} \cdot 4^{2x}$$

при $x = 2$.

Ответ: _____.

- 9 Найдите корень уравнения

$$(x + 3)^2 = (x + 8)^2.$$

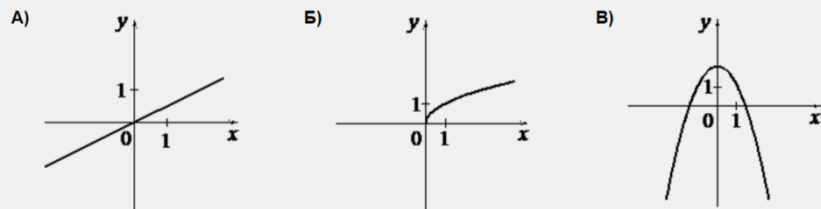
Ответ: _____.

- 10 На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 4 с мясом, 8 с капустой и 3 с вишней. Петя наугад берёт один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с вишней.

Ответ: _____.

- 11 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

1) $y = \frac{1}{2}x$

2) $y = 2 - x^2$

3) $y = \sqrt{x}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ:

- 12 Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I — сила тока (в амперах), R — сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R , если мощность составляет 147 Вт, а сила тока равна 3,5 А. Ответ дайте в омах.

Ответ: _____.

- 13 Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} -48 + 6x > 0, \\ 6 - 5x > -4. \end{cases}$$

- 1) (2; 8)
2) $(-\infty; 2)$
3) нет решений
4) $(8; +\infty)$

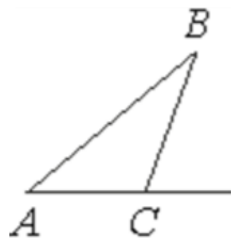
Ответ:

- 14 Лене надо подписать 972 открытки. Ежедневно она подписывает на одно и то же количество открыток больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Лена подписала 20 открыток. Определите, сколько открыток было подписано за седьмой день, если вся работа была выполнена за 18 дней.

Ответ: _____.

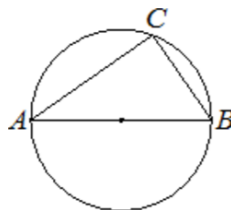


- 15 В треугольнике ABC угол C равен 133° . Найдите внешний угол при вершине C . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

- 16 Центр окружности, описанной около треугольника ABC , лежит на стороне AB . Радиус окружности равен 20. Найдите BC , если $AC = 32$.



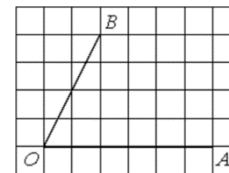
Ответ: _____.

- 17 Периметр треугольника равен 50, одна из сторон равна 20, а радиус вписанной в него окружности равен 4. Найдите площадь этого треугольника.



Ответ: _____.

- 18 Найдите тангенс угла AOB , изображённого на рисунке.



Ответ: _____.

- 19 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Сумма углов выпуклого четырёхугольника равна 360 градусам.
- 2) Средняя линия трапеции равна сумме её оснований.
- 3) Любой параллелограмм можно вписать в окружность.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.





Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20 Решите уравнение

$$\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-1} - 3 = 0.$$

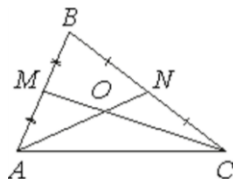
- 21 Первые 300 км автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 300 км – со скоростью 100 км/ч, а последние 300 км – со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

- 22 Постройте график функции

$$y = |x|(x+1) - 6x.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

- 23 Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O , $AN = 12$, $CM = 36$. Найдите OM .



- 24 В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы BCA и BDA равны. Докажите, что углы ABD и ACD также равны.

- 25 Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 4 и 15 от вершины A . Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и N и касающейся луча AB , если $\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{15}}{4}$.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ
1	1254
2	20
3	36
4	90
5	600
6	0,4
7	2
8	0,5
9	-5,5
10	0,2
11	132
12	12
13	3
14	44
15	47
16	24
17	100
18	2
19	1
20	$\frac{2}{3}; 2$
21	75
22	-6,25; 12,25
23	12
24	■
25	8

Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20

Решите уравнение $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-1} - 3 = 0$.

29978C

$$\left(\frac{1}{x-1}\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{x-1} - 3 = 0$$

$$\text{Пусть } \frac{1}{x-1} = t$$

$$t^2 + 2t - 3 = 0$$

$$t_1 = -3$$

$$t_2 = 1$$

$$\frac{1}{x-1} = -3$$

$$-3x + 3 = 1$$

$$-3x = -2$$

$$x = \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{x-1} = 1$$

$$x-1 = 1$$

$$x = 2$$

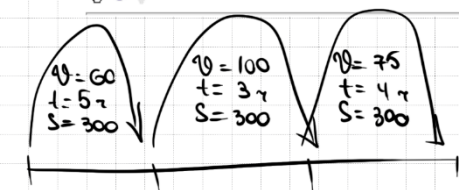
ОТВЕТ: $\frac{2}{3}, 2$.

Баллы	Содержание критерия
2	Обосновано получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

21

Первые 300 км автомобиль ехал со скоростью 60 км/ч, следующие 300 км — со скоростью 100 км/ч, а последние 300 км — со скоростью 75 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

6F8CA8



$$v_{\text{ср}} = \frac{S_{\text{сум}}}{t_{\text{сум}}} = \frac{900}{12} = 75$$

ОТВЕТ: 75 км/ч

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

22

Постройте график функции

$$y = |x|(x+1) - 6x.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

0D3070

$$\textcircled{1} \text{ При } x \geq 0$$

$$y = x \cdot (x+1) - 6x$$

$$y = x^2 - 5x$$

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-5)}{2 \cdot 1} = \frac{5}{2}$$

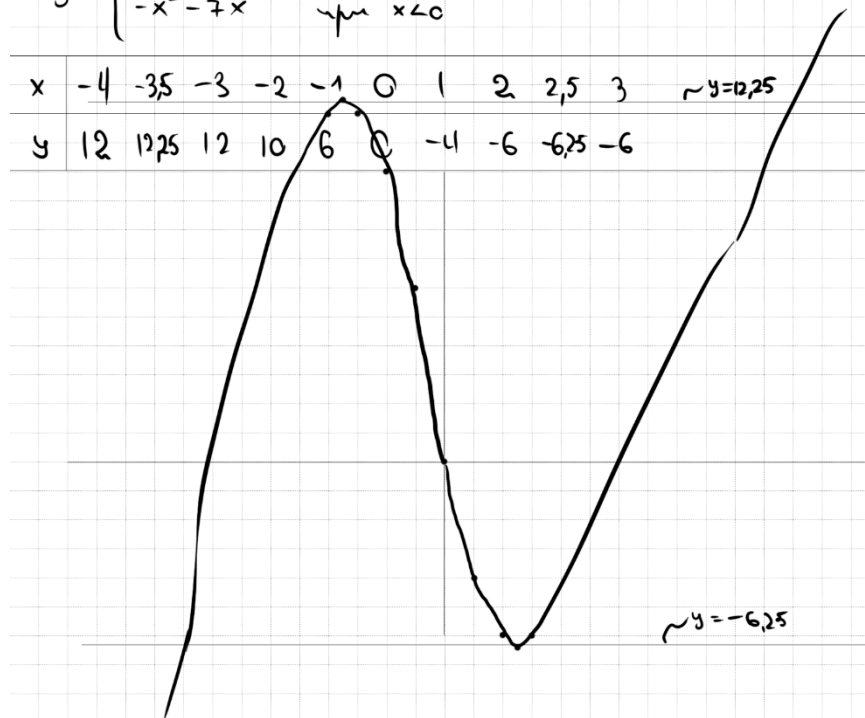
$$y = \begin{cases} x^2 - 5x & \text{при } x \geq 0 \\ -x^2 - 7x & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \text{ При } x < 0$$

$$y = -x \cdot (x+1) - 6x$$

$$y = -x^2 - 7x$$

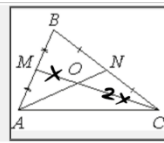
$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-7)}{2 \cdot (-1)} = -\frac{7}{2}$$

ОТВЕТ: $-6,25$; $12,25$

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

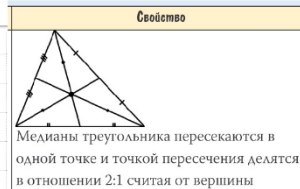
23

Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O , $AN = 12$, $CM = 36$. Найдите OM .



CM и AN — медианы
 $\frac{CO}{OM} = \frac{2}{1}$ (по св-ву медиан)

$$OM = \frac{1}{3} \cdot CM = \frac{1}{3} \cdot 36 = 12$$



Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 12

24

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы BCA и BDA равны. Докажите, что углы ABD и ACD также равны.



① $\triangle BOC \sim \triangle AOD$ по 2 углам
 $\angle BOC = \angle AOD$ вертикальные
 $\angle BCA = \angle BDA$ по усл.)

$$\Rightarrow \frac{BO}{AO} = \frac{OC}{OD}$$

$$\textcircled{2} \frac{BO}{OC} = \frac{AO}{OD}$$

$\angle BOA = \angle COD$ верт
 $\Rightarrow \triangle ABO \sim \triangle COD$ по 2 углам.

$$\Rightarrow \angle ABD = \angle ACD$$

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

Точки M и N лежат на стороне AC треугольника ABC на расстояниях соответственно 4 и 15 от вершины A . Найдите радиус окружности, проходящей через точки M и N и касающейся луча AB , если

$$\cos \angle BAC = \frac{\sqrt{15}}{4}.$$

① по св-ву кас. и сек.:

$$AE^2 = 4 \cdot 15 = 60$$

$$AE = 2\sqrt{15}$$

② из $\triangle AEM$ по т. кос:

$$EM = \sqrt{16 + 60 - 2 \cdot 2\sqrt{15} \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{15}}{4}} = 4$$

③ из $\triangle AEN$ по т. кос:

$$EN = \sqrt{25 + 60 - 2 \cdot 2\sqrt{15} \cdot 15 \cdot \frac{\sqrt{15}}{4}} = 2\sqrt{15}$$

④ из $\triangle EMN$ по т. кос:

$$\cos \angle E = \frac{16 + 60 - 121}{2 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{15}} = -\frac{3\sqrt{15}}{16\sqrt{15}}$$

⑤ $\sin^2 E + \left(-\frac{3\sqrt{15}}{16}\right)^2 = 1$

$$\sin E = \frac{11}{16}$$

⑥ по т. Син из $\triangle EMN$:
 $\frac{11}{16} = 2R \Rightarrow R = 8$

ОТВЕТ: 8

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл





В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953),

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

1. Работа направляется на третью проверку, если расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, которое было оценено двумя экспертами со столь существенным расхождением.

2. Работа участника ОГЭ направляется на третью проверку при наличии расхождений в двух или более заданиях. В этом случае третий эксперт перепроверяет задания 20–25 с развёрнутым ответом.