



Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня: x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
Десятки		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ГЕОМЕТРИЯ

Часть 1

- Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.
- Радиус r окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{6}a$.
- Радиус R окружности, описанной около правильного треугольника со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{3}a$.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

- Формула длины l окружности радиусом R :

$$l = 2\pi R.$$

- Формула длины l дуги окружности радиусом R , на которую опирается центральный угол в φ градусов:

$$l = \frac{2\pi R \varphi}{360}.$$

- Формула площади S параллелограмма со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = ah.$$

- Формула площади S треугольника со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

- Формула площади S трапеции с основаниями a , b и высотой h :

$$S = \frac{a+b}{2}h.$$

- Формула площади S круга радиусом R :

$$S = \pi R^2.$$

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5

Для маркировки автомобильных шин применяется единая система обозначений (см. рис. 1).

Рис. 1



Первое число означает ширину B шины (ширину протектора) в миллиметрах (см. рис. 2). Второе число — отношение высоты боковины H к ширине шины B в процентах.

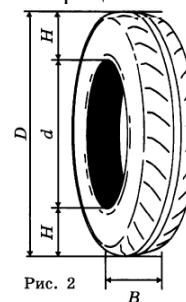


Рис. 2

Последующая буква указывает конструкцию шины. Например, буква R означает, что шина радиальная, то есть нити каркаса в боковине шины расположены вдоль радиусов колеса. На всех легковых автомобилях применяются шины радиальной конструкции.

За обозначением типа конструкции шины идёт число, указывающее диаметр диска колеса в дюймах (в одном дюйме 25,4 мм). По сути, это диаметр d внутреннего отверстия в шине. Таким образом, общий диаметр колеса D легко найти, зная диаметр диска и высоту боковины.

Возможны дополнительные маркировки, означающие допустимую нагрузку на шину, сезонность использования, тип дорожного покрытия и другие.



Завод производит легковые автомобили определённой модели и устанавливает на них шины с маркировкой 175/60 R15. Завод допускает установку шин с другими маркировками. В таблице показаны разрешённые размеры шин.

Диаметр диска (дюймы)	14	15	16
Ширина шины (мм)			
165	165/70	165/60, 165/65	Не разр.
175	175/65	175/60	Не разр.
185	185/60	185/55	185/50
195	195/60	195/55	195/45
205	Не разр.	Не разр.	205/45

- 1 Какой наименьшей ширины шины можно устанавливать на автомобиль, если диаметр диска равен 16 дюймам? Ответ дайте в миллиметрах.

Ответ: _____.

- 2 На сколько миллиметров радиус колеса с маркировкой 195/60 R14 больше, чем радиус колеса с маркировкой 165/70 R14?

Ответ: _____.

- 3 Найдите диаметр D колеса автомобиля, выходящего с завода. Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: _____.

- 4 На сколько миллиметров уменьшится диаметр D колеса, если заменить шины, установленные на заводе, шинами с маркировкой 195/45 R16?

Ответ: _____.

- 5 На сколько процентов увеличится пробег автомобиля при одном обороте колеса, если заменить шины, установленные на заводе, шинами с маркировкой 195/55 R15? Округлите результат до десятых.

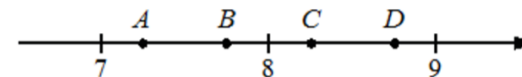
Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения

$$4,4 - 1,7.$$

Ответ: _____.

- 7 На координатной прямой отмечены точки A , B , C и D .



Одна из них соответствует числу $\frac{58}{7}$. Какая это точка?

- 1) точка A
- 2) точка B
- 3) точка C
- 4) точка D

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения

$$\frac{b^{5\sqrt{2}+4}}{(b^{\sqrt{2}})^5}$$

при $b = 4$.

Ответ: _____.

- 9 Найдите корень уравнения

$$x - \frac{x}{12} = \frac{55}{12}.$$

Ответ: _____.

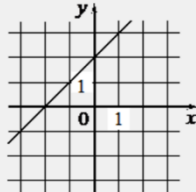
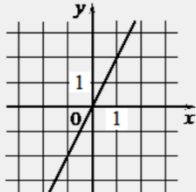
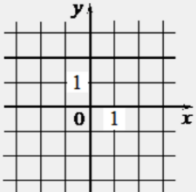


- 10** В магазине канцтоваров продаётся 100 ручек: 37 красных, 8 зелёных, 17 фиолетовых, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет красной или чёрной.

Ответ: _____.

- 11** Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ

А)  Б)  В) 

ФОРМУЛЫ

1) $y = 2x$ 2) $y = x + 2$ 3) $y = 2$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ:

- 12** Центростремительное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) вычисляется по формуле $a = \omega^2 R$, где ω – угловая скорость (в с^{-1}), R – радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R , если угловая скорость равна 4 с^{-1} , а центростремительное ускорение равно 48 м/с^2 . Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

- 13** Укажите решение неравенства

$$8x - 8 > 7x + 6.$$

- 1) $(-\infty; 14)$
 2) $(14; +\infty)$
 3) $(-2; +\infty)$
 4) $(-\infty; -2)$

Ответ:

- 14** Улитка ползет от одного дерева до другого. Каждый день она проползает на одно и то же расстояние больше, чем в предыдущий день. Известно, что за первый и последний дни улитка проползла в общей сложности 11 метров. Определите, сколько дней улитка потратила на весь путь, если расстояние между деревьями равно 33 метрам.

Ответ: _____.

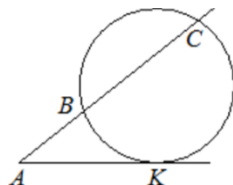


- 15 Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 50° . Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

- 16 Через точку A , лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке K . Другая прямая пересекает окружность в точках B и C , причём $AB = 2$, $BC = 6$. Найдите AK .



Ответ: _____.

- 17 Сторона квадрата равна $3\sqrt{2}$. Найдите площадь этого квадрата.



Ответ: _____.

- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



Ответ: _____.

- 19 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Отношение площадей подобных треугольников равно коэффициенту подобия.
- 2) Диагонали прямоугольника точкой пересечения делятся пополам.
- 3) Биссектриса треугольника делит пополам сторону, к которой проведена.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.



Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20** Найдите значение выражения $61a - 11b + 50$, если

$$\frac{2a - 7b + 5}{7a - 2b + 5} = 9.$$

- 21** Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 55 км/ч, а вторую – со скоростью 70 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

- 22** Постройте график функции

$$y = \frac{3|x| - 1}{|x| - 3x^2}.$$

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

- 23** Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 30° и 135° , а $CD = 17$.

- 24** Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB . Точка K – середина стороны BC . Докажите, что AK – биссектриса угла BAD .

- 25** В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 120, а площадь равна 540, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.





Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ
1	185
2	1,5
3	59,1
4	9,1
5	0,8
6	2,7
7	3
8	256
9	5
10	0,56
11	213
12	3
13	2
14	6
15	155
16	4
17	18
18	20
19	2
20	10
21	61,6
22	-9; 0; 9
23	$17\sqrt{2}$
24	■
25	1,8

Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20

Найдите значение выражения $61a - 11b + 50$, если $\frac{2a - 7b + 5}{7a - 2b + 5} = \frac{9}{1}$

272807

①

$$\begin{aligned} 9 \cdot (7a - 2b + 5) &= 1 \cdot (2a - 7b + 5) \\ 63a - 18b + 45 &= 2a - 7b + 5 \\ 61a - 11b &= -40 \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} -40 + 50 = 10$$

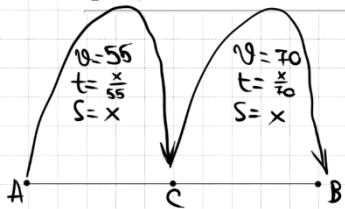
Баллы	Содержание критерия
2	Обосновано получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 10

21

Первую половину пути автомобиль проехал со скоростью 55 км/ч, а вторую — со скоростью 70 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути.

B6DA9F



$$v_{cp} = \frac{x + x}{\frac{x}{55} + \frac{x}{70}} = \frac{2x}{\frac{125x}{55 \cdot 70}} = \frac{2 \cdot 55 \cdot 70}{125} = \frac{308}{5} = 61,6$$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 61,6

22

Постройте график функции

$$y = \frac{3|x| - 1}{|x| - 3x^2}$$

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ не имеет с графиком общих точек.

① При $x > 0$

$$y = \frac{3x - 1}{x - 3x^2}$$

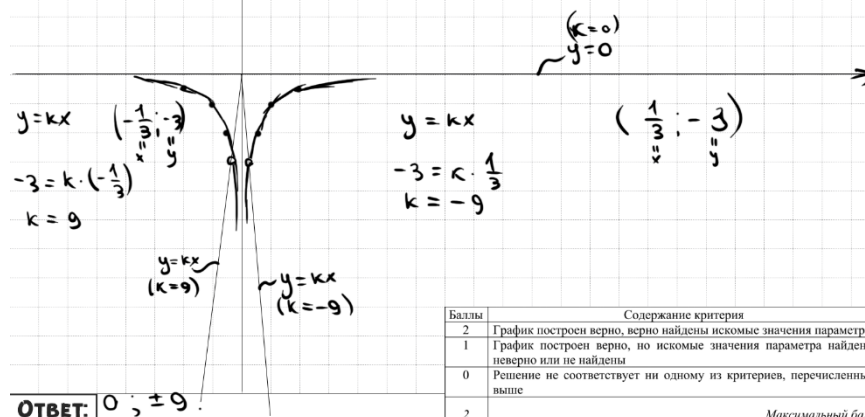
$$y = \frac{3x - 1}{-x(3x - 1)}$$

$$y = -\frac{1}{x}$$

$$y = \begin{cases} -\frac{1}{x} & \text{при } x > 0 \\ \frac{1}{x} & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

x	-2	-1	-0,5	-1/3	1/3	0,5	1	2
y	-1/2	-1	-2	-3	-3	-2	-1	-1/2

y/x



ОТВЕТ: 0; ±9.

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

23

Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 30° и 135° , а $CD = 17$.



382F20

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \angle CDK &= 180 - 90 - 45 = 45 \\ \Rightarrow \triangle CDK - \text{равноб.} \\ \text{по т. Пиф.} \quad 17^2 &= x^2 + x^2 \\ 2x^2 &= 17^2 \\ x^2 &= \frac{17^2}{2} \\ x &= \frac{17\sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

$$\textcircled{2} AB = AK \cdot 2 = \frac{17}{\sqrt{2}} \cdot 2 = \frac{34}{\sqrt{2}} = \frac{34\sqrt{2}}{2} = 17\sqrt{2}$$

ОТВЕТ: $17\sqrt{2}$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

24

Сторона BC параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AB . Точка K — середина стороны BC . Докажите, что AK — биссектриса угла BAD .



079233

$$\textcircled{1} \triangle ABK - \text{равноб.} \\ \Rightarrow \angle BAK = \angle BKA$$

$$\textcircled{2} \angle BKA = \angle KAD \text{ как corresp.} \\ \Rightarrow AK - \text{биссектриса}$$

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

В равнобедренную трапецию, периметр которой равен 120, а площадь равна 540, можно вписать окружность. Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей трапеции до её меньшего основания.



22C756

$$\textcircled{1} AB + CD = BC + AD$$

$$\textcircled{2} S = 540 = \frac{AB + CD}{2} \cdot h \\ 540 = 30 \cdot h \\ h = 18$$

$$\textcircled{3} AB + CD = 60 \\ 24 + EP + 24 + CD = 60 \\ 2CD = 12 \\ CD = 6$$

$$\textcircled{4} \triangle CDQ \sim \triangle AOB \text{ по 2 углам} \\ \frac{CD}{AB} = \frac{OQ}{OA} \quad \frac{16}{9\sqrt{4}} = \frac{OQ}{OA}$$

$$\textcircled{5} OQ = \frac{1}{10} \cdot h = \frac{1}{10} \cdot 18 = 1,8$$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: $1,8$ 



В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953),

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

1. Работа направляется на третью проверку, если расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, которое было оценено двумя экспертами со столь существенным расхождением.

2. Работа участника ОГЭ направляется на третью проверку при наличии расхождений в двух или более заданиях. В этом случае третий эксперт перепроверяет задания 20–25 с развёрнутым ответом.