



## Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

## СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

### АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет два корня:  $x_1$  и  $x_2$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет единственный корень  $x_0$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула  $n$ -го члена арифметической прогрессии  $(a_n)$ , первый член которой равен  $a_1$  и разность равна  $d$ :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула  $n$ -го члена геометрической прогрессии  $b_n$ , первый член которой равен  $b_1$ , а знаменатель равен  $q$ :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

- Формула суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

## ГЕОМЕТРИЯ

## Часть 1

- Сумма углов выпуклого  $n$ -угольника равна  $180^\circ(n-2)$ .
- Радиус  $r$  окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной  $a$ , равен  $\frac{\sqrt{3}}{6}a$ .
- Радиус  $R$  окружности, описанной около правильного треугольника со стороной  $a$ , равен  $\frac{\sqrt{3}}{3}a$ .

- Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где  $R$  — радиус описанной окружности.

- Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

- Формула длины  $l$  окружности радиусом  $R$ :

$$l = 2\pi R.$$

- Формула длины  $l$  дуги окружности радиусом  $R$ , на которую опирается центральный угол в  $\varphi$  градусов:

$$l = \frac{2\pi R \varphi}{360}.$$

- Формула площади  $S$  параллелограмма со стороной  $a$  и высотой  $h$ , проведённой к этой стороне:

$$S = ah.$$

- Формула площади  $S$  треугольника со стороной  $a$  и высотой  $h$ , проведённой к этой стороне:

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

- Формула площади  $S$  трапеции с основаниями  $a$ ,  $b$  и высотой  $h$ :

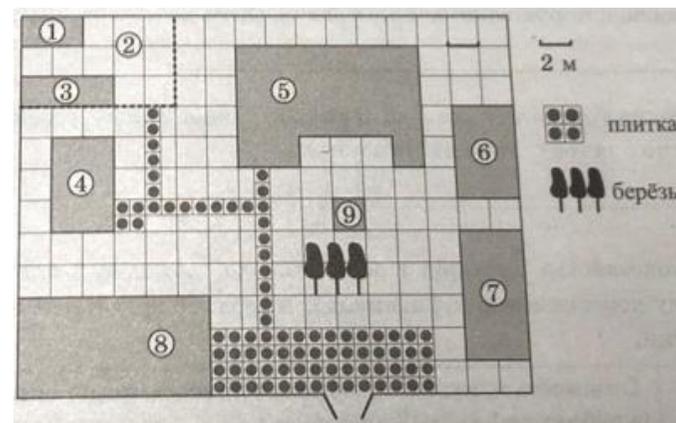
$$S = \frac{a+b}{2}h.$$

- Формула площади  $S$  круга радиусом  $R$ :

$$S = \pi R^2.$$

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На плане изображено домохозяйство, находящееся по адресу: с. Малые Всегодичи, д. 26. Сторона каждой клетки на плане равна 2 м. Участок имеет форму прямоугольника. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится коровник, а слева — курятник. Площадь, занятая курятником, равна 72 кв. м. Рядом с курятником расположен пруд площадью 24 кв. м.

Жилой дом расположен в глубине территории. Перед домом имеется фонтан, а между фонтаном и воротами — небольшая берёзовая рощица. Между жилым домом и коровником построена баня. За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией), на котором есть теплица, а также (в самом углу и огорода, и всего домохозяйства) — компостная яма. Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м × 1 м. Между коровником и курятником имеется площадка площадью 56 кв. м, вымощенная такой же плиткой.

- 1 Сопоставьте объекты, указанные в таблице, с цифрами, которыми эти объекты обозначены на плане. Заполните таблицу, а в бланк ответов перенесите последовательность из пяти цифр.

Объекты	баня	курятник	пруд	коровник	фонтан
Цифры					

- 2 Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 12 штук. Сколько упаковок понадобилось купить владельцам домохозяйства для того, чтобы выложить все дорожки и площадку между коровником и курятником?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите площадь, которую суммарно занимают баня и коровник. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Найдите расстояние от бани до фонтана (расстояние между двумя ближайшими точками объектов по прямой). Ответ дайте в метрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Владельцы домохозяйства планируют обновить всю тротуарную плитку (и дорожки, и площадку между коровником и курятником). В таблице представлены условия трёх поставщиков плитки.

Поставщик	Стоимость плитки (в рублях за 1 кв. м)	Доставка (в рублях)	Работы по демонтажу старой плитки и по укладке новой (в рублях)
1	270	1000	10 000
2	275	2000	7000
3	285	3000	6000

Во сколько рублей обойдётся владельцам самый выгодный вариант?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Найдите значение выражения

$$\left(\frac{4}{9} - 3\frac{1}{15}\right) \cdot 9.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На координатной прямой отмечены числа  $a$ ,  $b$  и  $c$ .



Какая из разностей  $a - b$ ,  $a - c$ ,  $c - b$  отрицательна?

- 1)  $a - b$
- 2)  $a - c$
- 3)  $c - b$
- 4) ни одна из них

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения

$$\frac{(b\sqrt{2})^{6\sqrt{2}}}{b^{11}}$$

при  $b = 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 Найдите корень уравнения

$$3x + 3 = 5x.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

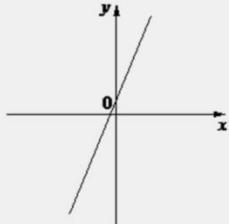
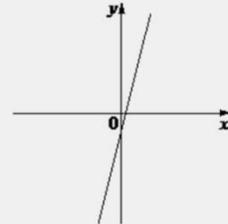
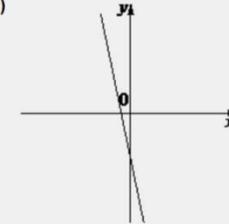


**10** В лыжных гонках участвуют 13 спортсменов из России, 2 спортсмена из Норвегии и 5 спортсменов из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен **не** из России.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** На рисунках изображены графики функций вида  $y = kx + b$ . Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов  $k$  и  $b$ .

**ГРАФИКИ**

А)  Б)  В) 

**КОЭФИЦИЕНТЫ**

1)  $k > 0, b < 0$       2)  $k < 0, b < 0$       3)  $k > 0, b > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

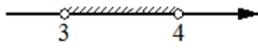
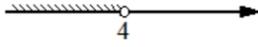
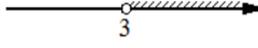
А	Б	В

**12** В фирме «Родник» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле  $C = 6000 + 4100n$ , где  $n$  – число колец, установленных в колодце. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 5 колец. Ответ дайте в рублях.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**13** Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} -9 + 3x > 0, \\ 2 - 3x > -10. \end{cases}$$

- 1) нет решений
- 2) 
- 3) 
- 4) 

Ответ:

**14** Грузовик перевозит партию щебня массой 224 тонны, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 3 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено за девятый день, если вся работа была выполнена за 14 дней.

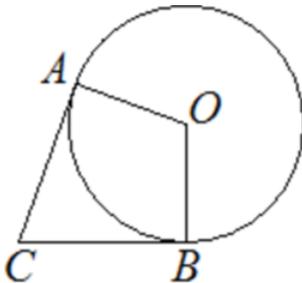
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 15 Сторона ромба равна 4, а один из углов этого ромба равен  $150^\circ$ . Найдите высоту этого ромба.



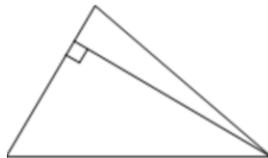
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 16 В угол  $C$  величиной  $83^\circ$  вписана окружность, которая касается сторон угла в точках  $A$  и  $B$ , точка  $O$  — центр окружности. Найдите угол  $AOB$ . Ответ дайте в градусах.



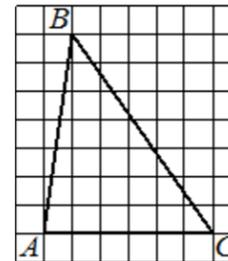
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 17 Сторона треугольника равна 14, а высота, проведённая к этой стороне, равна 31. Найдите площадь этого треугольника.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён треугольник  $ABC$ . Найдите длину его средней линии, параллельной стороне  $AC$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 19 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Основания любой трапеции параллельны.
- 2) Все углы ромба равны.
- 3) Две окружности пересекаются, если радиус одной окружности больше радиуса другой окружности.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

## Часть 2

**При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.**

**20** Решите неравенство

$$\frac{-12}{(x-1)^2-2} \geq 0.$$

**21** Свежие фрукты содержат 80% воды, а высушенные – 28%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 80 кг высушенных фруктов?

**22** Постройте график функции

$$y = \begin{cases} -x^2 + 10x - 21 & \text{при } x \geq 3, \\ -x + 3 & \text{при } x < 3. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки.

**23** Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 15, а одна из диагоналей ромба равна 60. Найдите углы ромба.

**24** Известно, что около четырёхугольника  $ABCD$  можно описать окружность и что продолжения сторон  $AB$  и  $CD$  четырёхугольника пересекаются в точке  $M$ . Докажите, что треугольники  $MBC$  и  $MDA$  подобны.

**25** На стороне  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту  $AD$  в точке  $M$ ,  $AD = 49$ ,  $MD = 42$ ,  $H$  – точка пересечения высот треугольника  $ABC$ . Найдите  $AH$ .

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**





## Система оценивания экзаменационной работы по математике

## Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ
1	68479
2	7
3	56
4	6
5	31825
6	-23,6
7	3
8	3
9	1,5
10	0,35
11	312
12	26500
13	2
14	19
15	2
16	97
17	217
18	3
19	1
20	$(1 - \sqrt{2}; 1 + \sqrt{2})$
21	288
22	0; 4
23	60 и 120
24	■
25	13

Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

**20** Решите неравенство  $\frac{-12}{(x-1)^2-2} \geq 0$ .

огрнц.

$$\frac{-12}{(x-1)^2-2} \geq 0$$

$$(x-1)^2-2 < 0$$

$$x^2-2x+1-2 < 0$$

$$x^2-2x-1 < 0$$

$$D = 8 = \sqrt{8^2} = (2\sqrt{2})^2$$

$$x_1 = \frac{2+2\sqrt{2}}{2} = 1+\sqrt{2}$$

$$x_2 = \frac{2-2\sqrt{2}}{2} = 1-\sqrt{2}$$

**ОТВЕТ:**  $(1-\sqrt{2}; 1+\sqrt{2})$

Баллы	Содержание критерия
2	Обосновано получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

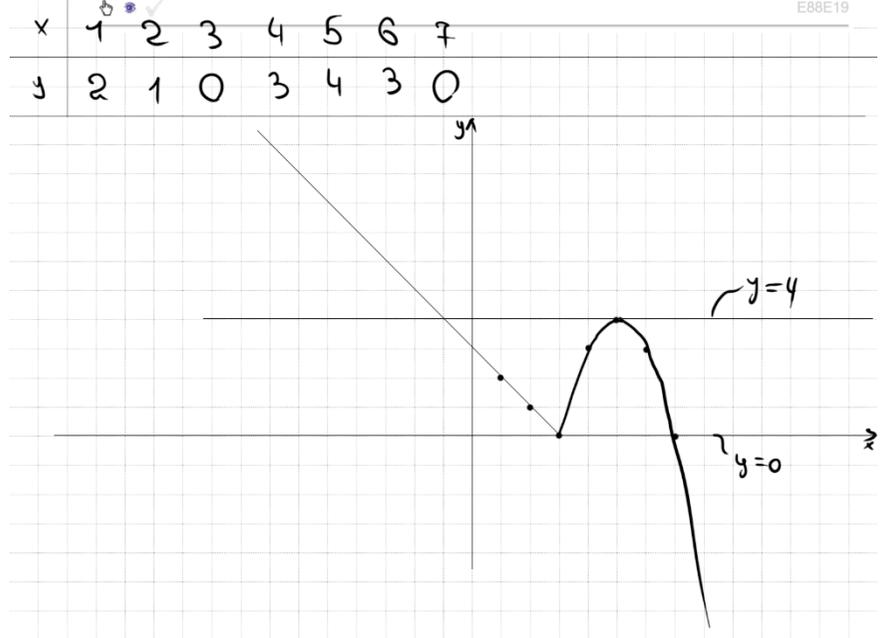
**21** Свежие фрукты содержат 80% воды, а высушенные — 28%. Сколько требуется свежих фруктов для приготовления 80 кг высушенных фруктов?

Свежие фрукты (визитер)	Высушенные (изюм)
80% вода	28% вода
20% сух. веш.	72% сух. веш.
57,6 кг — 20%	80 кг — 100%
X кг — 100%	X кг — 72%
$x = \frac{57,6 \cdot 100}{20} = 288$	$x = \frac{80 \cdot 72}{100} = 57,6 \text{ (кг) — сух. веш.}$

**ОТВЕТ:** 288

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

**22** Постройте график функции  $x_0 = \frac{-10}{2} = 5$   
 $y = \begin{cases} -x^2 + 10x - 21 & \text{при } x \geq 3, \\ -x + 3 & \text{при } x < 3. \end{cases}$   
 Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно две общие точки.



**ОТВЕТ:** 0, 4

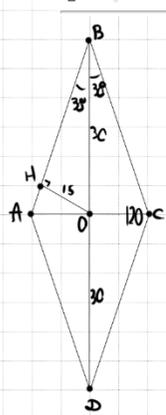
Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл



23

Расстояние от точки пересечения диагоналей ромба до одной из его сторон равно 15, а одна из диагоналей ромба равна 60. Найдите углы ромба.

D9E6CA



① Рассмотрим  $\triangle OBN$ :

$$ON = \frac{1}{2} OB$$

$$\Rightarrow \angle OBN = 30^\circ$$

$$\Rightarrow \angle B = 60 = \angle D$$

②  $\angle C = 180 - 60 = 120 = \angle A$

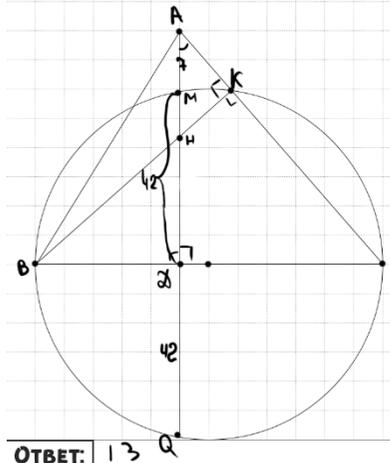
ОТВЕТ: 60, 60, 120, 120

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

На стороне  $BC$  остроугольного треугольника  $ABC$  как на диаметре построена полуокружность, пересекающая высоту  $AD$  в точке  $M$ ,  $AD = 49$ ,  $MD = 42$ ,  $H$  — точка пересечения высот треугольника  $ABC$ . Найдите  $AH$ .

F45CB6



①  $\angle BKC = 90^\circ$  т.к. опр. на диаметре

② свойство секущих  $AQ$  и  $AK$   
 $AM \cdot AQ = AK \cdot AC$   
 $7 \cdot 91 = AK \cdot AC$

③  $\triangle AKH \sim \triangle ACD$  по 2 углам

$$\frac{AK}{AD} = \frac{AH}{AC}$$

$$AK \cdot AC = AH \cdot AD$$

$$7 \cdot 91 = AK \cdot 49$$

$$AK = 13$$

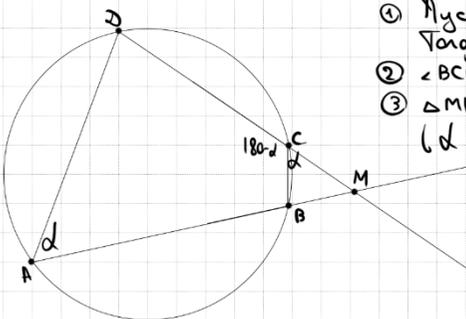
ОТВЕТ: 13

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

24

Известно, что около четырёхугольника  $ABCD$  можно описать окружность и что продолжения сторон  $AB$  и  $CD$  четырёхугольника пересекаются в точке  $M$ . Докажите, что треугольники  $MBC$  и  $MDA$  подобны.

9B683D



① Пусть  $\angle BAD = \alpha$   
 Тогда  $\angle BCD = 180 - \alpha$   
 ②  $\angle BCM = 180 - (180 - \alpha) = \alpha$   
 ③  $\triangle MBC \sim \triangle MDA$  по 2 углам  
 ( $\alpha$  и  $\angle M$  общий)

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл



В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953),

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

1. Работа направляется на третью проверку, если расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, которое было оценено двумя экспертами со столь существенным расхождением.

2. Работа участника ОГЭ направляется на третью проверку при наличии расхождений в двух или более заданиях. В этом случае третий эксперт перепроверяет задания 20–25 с развёрнутым ответом.

