Олимпиада "Курчатов" по математике, 2020-2021 год, отборочный этап, 8-9 классы

№ 1

В ряд стоят 14 корзин с яблоками, пустых корзин нет. В любых двух соседних корзинах количество яблок отличается ровно на 1. Известно, что есть корзина, в которой лежат 2

яблока. Сколько различных значений может принимать общее количество яблок?

№ 2

На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Однажды в ряд встали 400 жителей острова, среди которых есть хотя бы один рыцарь и хотя бы один лжец. Каждый стоящий в ряду сказал: «Количество лжецов с одной стороны от меня делится на количество лжецов с другой стороны от меня» (никакое число не делится на ноль). Сколько всего в ряду рыцарей?

№ 3

Дано натуральное число n . Через $S(n)$ обозначим сумму всех чисел, получаемых из числа n отбрасыванием нескольких последних цифр (например, $S(2021)=202+20+2=224$). Найдите число n, если известно, что его сумма цифр равна 27, а $S(n)=6323$

№ 4

В параллелограмме $ABCD$ биссектриса угла B пересекает сторону AD в точке L. Оказалось, что $\angle BLC=90^\circ$. Найдите длину отрезка CL, если $BL=12$ и $DL=10$.

№ 5

В течение года 24 знатока участвовали в передаче «Своя игра». В одной игре участвует ровно 3 из них. Назовём пару знатоков *уникальной*, если в этом году они играли друг с другом ровно один раз. В конце года оказалось, что в каждой тройке игроков есть хотя бы одна уникальная пара. Какое наибольшее количество игр могло быть сыграно в этом году?

№ 6

Аня выписала на доску все натуральные числа от 1 до 8000, а затем Боря стёр какие-то k из них. При каком наибольшем k можно гарантировать, что среди оставшихся на доске чисел обязательно найдётся 31 число, одно из которых равно сумме тридцати остальных?