

Третий тур дистанционного этапа XIII олимпиады имени Леонарда Эйлера

1. Велосипедисты Андрей, Борис и Виктор одновременно, из одной точки и в одном направлении стартовали по кольцевой дороге. Каждый из них ехал с постоянной скоростью, причем у разных велосипедистов скорости были различными. Андрей впервые перегнал Бориса, проехав ровно четыре круга, а Виктора — проехав ровно пять кругов. Сколько кругов проехал Виктор к моменту, когда он впервые обогнал Бориса?

2. Графики функций $y = k_1x + b_1$, $y = k_2x + b_2$, $y = k_3x + b_3$ являются продолжениями сторон равностороннего треугольника. Докажите, что среди чисел k_1, k_2, k_3 есть такое, которое больше $1/2$.

3. Игорь нарисовал на клетчатой бумаге со стороной клетки 1 см архипелаг, в котором каждый остров имеет форму многоугольника, составленного из клеток, и разные острова не имеют общих точек. Может ли отношение суммарной длины береговой линии всех островов к их суммарной площади равняться: а) 5; б) 3,99?

4. В трапеции $ABCD$ биссектриса угла B пересекает основание AD в точке L . Точка M — середина стороны CD . Прямая, параллельная BM и проходящая через L , пересекает сторону AB в точке K . Оказалось, что угол BLM — прямой. Найдите отношение BK/KA .

5. Таня и Маша по очереди выписывают на доску натуральные числа, не превосходящие 1000, причем число 13 выписывать нельзя. Начинает Таня. Проигрывает та девочка, после хода которой на доске впервые появятся два одинаковых числа или два числа, отличающиеся на 17. Кто из девочек выиграет при правильной игре, и как ей для этого надо играть?