



## Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

## СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

### АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет два корня:  $x_1$  и  $x_2$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет единственный корень  $x_0$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула  $n$ -го члена арифметической прогрессии  $(a_n)$ , первый член которой равен  $a_1$  и разность равна  $d$ :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула  $n$ -го члена геометрической прогрессии  $b_n$ , первый член которой равен  $b_1$ , а знаменатель равен  $q$ :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

- Формула суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

Таблица квадратов двузначных чисел

|         |   | Единицы |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---------|---|---------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|         |   | 0       | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    |
| Десятки | 1 | 100     | 121  | 144  | 169  | 196  | 225  | 256  | 289  | 324  | 361  |
|         | 2 | 400     | 441  | 484  | 529  | 576  | 625  | 676  | 729  | 784  | 841  |
|         | 3 | 900     | 961  | 1024 | 1089 | 1156 | 1225 | 1296 | 1369 | 1444 | 1521 |
|         | 4 | 1600    | 1681 | 1764 | 1849 | 1936 | 2025 | 2116 | 2209 | 2304 | 2401 |
|         | 5 | 2500    | 2601 | 2704 | 2809 | 2916 | 3025 | 3136 | 3249 | 3364 | 3481 |
|         | 6 | 3600    | 3721 | 3844 | 3969 | 4096 | 4225 | 4356 | 4489 | 4624 | 4761 |
|         | 7 | 4900    | 5041 | 5184 | 5329 | 5476 | 5625 | 5776 | 5929 | 6084 | 6241 |
|         | 8 | 6400    | 6561 | 6724 | 6889 | 7056 | 7225 | 7396 | 7569 | 7744 | 7921 |
|         | 9 | 8100    | 8281 | 8464 | 8649 | 8836 | 9025 | 9216 | 9409 | 9604 | 9801 |

ГЕОМЕТРИЯ

Часть 1

- Сумма углов выпуклого  $n$ -угольника равна  $180^\circ(n-2)$ .
- Радиус  $r$  окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной  $a$ , равен  $\frac{\sqrt{3}}{6}a$ .
- Радиус  $R$  окружности, описанной около правильного треугольника со стороной  $a$ , равен  $\frac{\sqrt{3}}{3}a$ .

- Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c, AC = b, BC = a$ :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где  $R$  — радиус описанной окружности.

- Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c, AC = b, BC = a$ :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

- Формула длины  $l$  окружности радиусом  $R$ :

$$l = 2\pi R.$$

- Формула длины  $l$  дуги окружности радиусом  $R$ , на которую опирается центральный угол в  $\varphi$  градусов:

$$l = \frac{2\pi R \varphi}{360}.$$

- Формула площади  $S$  параллелограмма со стороной  $a$  и высотой  $h$ , проведённой к этой стороне:

$$S = ah.$$

- Формула площади  $S$  треугольника со стороной  $a$  и высотой  $h$ , проведённой к этой стороне:

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

- Формула площади  $S$  трапеции с основаниями  $a, b$  и высотой  $h$ :

$$S = \frac{a+b}{2}h.$$

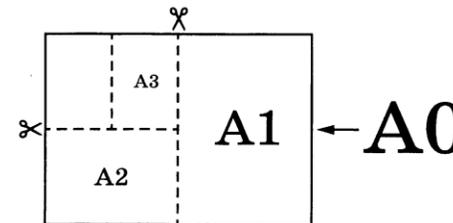
- Формула площади  $S$  круга радиусом  $R$ :

$$S = \pi R^2.$$

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5

Общепринятые форматы листов бумаги обозначают буквой А и цифрой: А0, А1, А2 и так далее. Если лист формата А0 разрезать пополам, получаются два листа формата А1. Если лист А1 разрезать пополам, получаются два листа формата А2 и так далее.



При этом отношение длины листа к его ширине у всех форматов, обозначенных буквой А, одно и то же (то есть листы всех форматов подобны друг другу). Это сделано специально – чтобы можно было сохранить пропорции текста на листе при изменении формата бумаги (размер шрифта при этом тоже соответственно изменяется).

В таблице 1 даны размеры листов бумаги четырёх форматов: от А3 до А6.

Таблица 1

| Порядковые номера | Ширина (мм) | Длина (мм) |
|-------------------|-------------|------------|
| 1                 | 105         | 148        |
| 2                 | 210         | 297        |
| 3                 | 297         | 420        |
| 4                 | 148         | 210        |



- 1 Для листов бумаги форматов А3, А4, А5 и А6 определите, какими порядковыми номерами обозначены их размеры в таблице 1. Заполните таблицу ниже, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

| Форматы бумаги    | А3 | А4 | А5 | А6 |
|-------------------|----|----|----|----|
| Порядковые номера |    |    |    |    |

- 2 Сколько листов бумаги формата А5 получится при разрезании одного листа бумаги формата А0?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите длину большей стороны листа бумаги формата А2. Ответ дайте в миллиметрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Найдите площадь листа бумаги формата А3. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите отношение длины больше стороны листа к меньшей у бумаги формата А1. Ответ дайте с точностью до десятых.

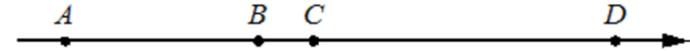
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Найдите значение выражения

$$\frac{1}{25} - \frac{7}{50}$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На координатной прямой точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$  соответствуют числам  $0,1032$ ;  $-0,031$ ;  $-0,01$ ;  $-0,104$ .



Какой точке соответствует число  $-0,031$ ?

- 1)  $A$
- 2)  $B$
- 3)  $C$
- 4)  $D$

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения

$$6x \cdot (8x^6)^2 : (8x^4)^3$$

при  $x = 60$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 Решите уравнение

$$x^2 - 18 = 7x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.



**10** На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 4 с мясом, 8 с капустой и 3 с вишней. Петя наугад берёт один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с вишней.

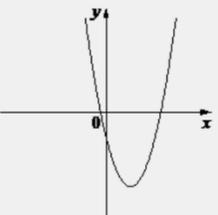
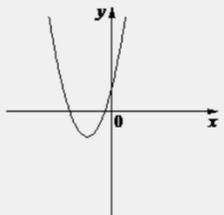
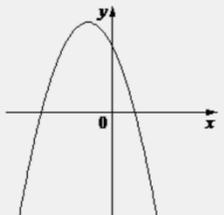
Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** На рисунках изображены графики функций вида  $y = ax^2 + bx + c$ . Установите соответствие между знаками коэффициентов  $a$  и  $c$  и графиками функций.

**КОЭФФИЦИЕНТЫ**

А)  $a > 0, c < 0$                       Б)  $a < 0, c > 0$                       В)  $a > 0, c > 0$

**ГРАФИКИ**

1)       2)       3) 

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

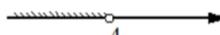
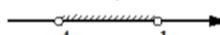
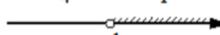
|   |   |   |
|---|---|---|
| А | Б | В |
|   |   |   |

**12** Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле  $P = I^2R$ , где  $I$  – сила тока (в амперах),  $R$  – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление  $R$ , если мощность составляет 423,5 Вт, а сила тока равна 5,5 А. Ответ дайте в омах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**13** Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} x > -1, \\ -4 - x > 0. \end{cases}$$

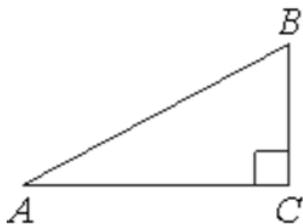
- 1) 
- 2) 
- 3) 
- 4) нет решений

Ответ:

**14** Грузовик перевозит партию щебня массой 360 тонн, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 3 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено за девятый день, если вся работа была выполнена за 18 дней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**15** В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $BC = 14$ ,  $AB = 50$ . Найдите  $\cos B$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**16** Сторона равностороннего треугольника равна  $2\sqrt{3}$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.



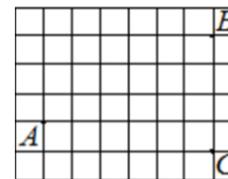
Ответ: \_\_\_\_\_.

**17** Периметр ромба равен 24, а один из углов равен  $30^\circ$ . Найдите площадь этого ромба.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**18** На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  отмечены три точки:  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Найдите расстояние от точки  $A$  до прямой  $BC$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**19** Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Длина гипотенузы прямоугольного треугольника меньше суммы длин его катетов.
- 2) Любой прямоугольник можно вписать в окружность.
- 3) Через заданную точку плоскости можно провести только одну прямую.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

## Часть 2

**При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.**

**20** Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3x^2 - 2x = y, \\ 3x - 2 = y. \end{cases}$$

**21** Два автомобиля одновременно отправляются в 840-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 4 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

**22** Постройте график функции

$$y = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} \right| + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} \right).$$

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

**23** Биссектриса угла  $A$  параллелограмма  $ABCD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $K$ . Найдите периметр параллелограмма, если  $BK = 7$ ,  $CK = 12$ .

**24** Биссектрисы углов  $A$  и  $D$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ , лежащей на стороне  $BC$ . Докажите, что  $K$  – середина  $BC$ .

**25** В треугольнике  $ABC$  биссектриса угла  $A$  делит высоту, проведённую из вершины  $B$ , в отношении 5:3, считая от точки  $B$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если  $BC = 8$ .

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**





## Система оценивания экзаменационной работы по математике

## Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

| Номер задания | Правильный ответ                      |
|---------------|---------------------------------------|
| 1             | 3241                                  |
| 2             | 32                                    |
| 3             | 594                                   |
| 4             | 1247,4                                |
| 5             | 1,4                                   |
| 6             | -0,1                                  |
| 7             | 2                                     |
| 8             | 45                                    |
| 9             | 9                                     |
| 10            | 0,2                                   |
| 11            | 132                                   |
| 12            | 14                                    |
| 13            | 4                                     |
| 14            | 19                                    |
| 15            | 0,28                                  |
| 16            | 2                                     |
| 17            | 18                                    |
| 18            | 6                                     |
| 19            | 12                                    |
| 20            | $(1; 1); \left(\frac{2}{3}; 0\right)$ |
| 21            | 60                                    |
| 22            | -1; 1                                 |
| 23            | 52                                    |
| 24            | ■                                     |
| 25            | 5                                     |

Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20

Решите систему уравнений  $\begin{cases} 3x^2 - 2x = y, \\ 3x - 2 = y. \end{cases}$

417E79

$$3x^2 - 2x = 3x - 2$$

$$3x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$D = 25 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 1$$

$$x = \frac{5 \pm 1}{2 \cdot 3}$$

$$x_1 = 1 \quad x_2 = \frac{2}{3}$$

$$\begin{cases} 3 \cdot 1 - 2 = y \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3 \cdot \frac{2}{3} - 2 = y \\ y = 0 \end{cases}$$

| Баллы | Содержание критерия   |
|-------|---|
| 2     | Обосновано получен верный ответ   |
| 1     | Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно |
| 0     | Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше   |
| 2     | Максимальный балл   |

ОТВЕТ:  $(1; 1); (\frac{2}{3}; 0)$

21

Два автомобиля одновременно отправляются в 840-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 4 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

1A11FD

$$t_{\text{пер}} - t_{\text{втор}} = 1$$

$$\frac{840}{x-4} - \frac{840}{x} = 1$$

$$\frac{840x - 840x + 840 \cdot 4}{x^2 - 4x} = 1$$

$$x^2 - 4x = 3360$$

$$x^2 - 4x - 3360 = 0$$

$$x_1 = 60$$

$$x_2 = -56$$

| Баллы | Содержание критерия  |
|-------|--|
| 2     | Ход решения задачи верный, получен верный ответ  |
| 1     | Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера |
| 0     | Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше                                    |
| 2     | Максимальный балл  |

ОТВЕТ: 60

22

Постройте график функции

$$y = \frac{1}{2} \left( \left| \frac{x-3,5}{3,5} - \frac{x}{x} \right| + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} \right)$$

Определите, при каких значениях  $m$  прямая  $y = m$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

F92250

Раскроем модуль:

$$\textcircled{1} \frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} \geq 0$$

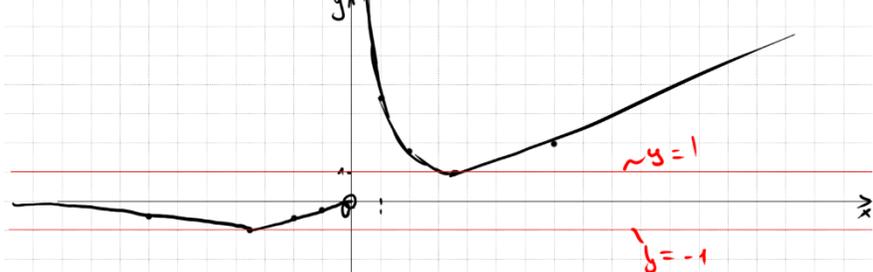
$$\frac{x^2 - 3,5^2}{3,5 \cdot x} \geq 0$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{x}{3,5} - \frac{3,5}{x} + \frac{x}{3,5} + \frac{3,5}{x} \right)$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot \frac{2x}{3,5} = \frac{1 \cdot x}{3,5} = \frac{2x}{7} = \frac{x}{3,5}$$

$$y = \begin{cases} \frac{x}{3,5} & \text{при } x \in [-3,5; 0) \cup [3,5; +\infty) \\ \frac{3,5}{x} & \text{при } x \in (-\infty; -3,5) \cup (0; 3,5) \end{cases}$$

|   |                |      |                |                |     |      |     |   |
|---|----------------|------|----------------|----------------|-----|------|-----|---|
| x | -7             | -3,5 | -2             | -1             | 1   | 2    | 3,5 | 7 |
| y | $-\frac{1}{2}$ | -1   | $-\frac{4}{7}$ | $-\frac{2}{7}$ | 3,5 | 1,75 | 1   | 2 |



| Баллы | Содержание критерия   |
|-------|---|
| 2     | График построен верно, верно найдены искомые значения параметра                     |
| 1     | График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены |
| 0     | Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше                 |
| 2     | Максимальный балл   |

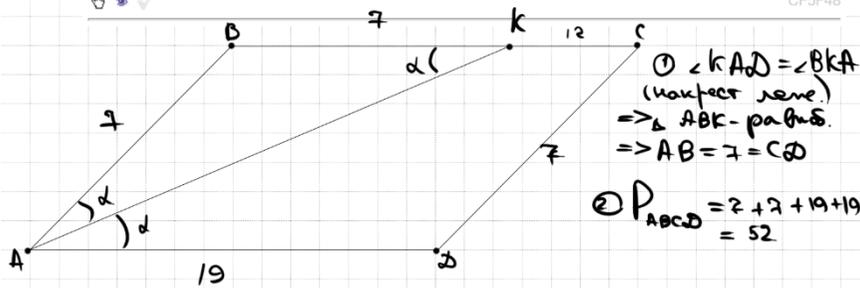
ОТВЕТ:  $\pm 1$



23

Биссектриса угла  $A$  параллелограмма  $ABCD$  пересекает сторону  $BC$  в точке  $K$ . Найдите периметр параллелограмма, если  $BK = 7$ ,  $CK = 12$ .

CF5F48



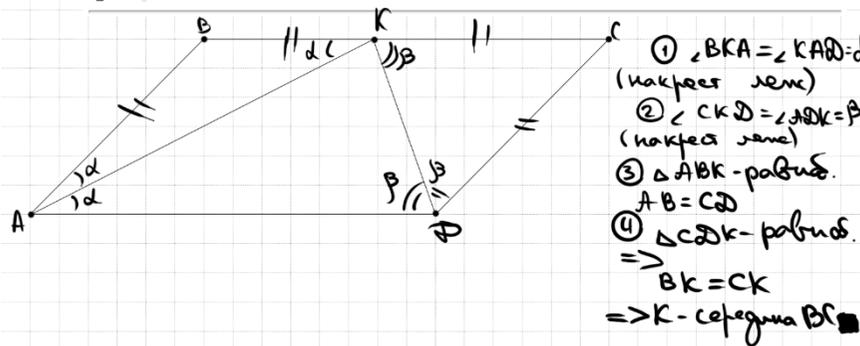
| Баллы | Содержание критерия  |
|-------|--|
| 2     | Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ   |
| 1     | Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка |
| 0     | Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше  |
| 2     | Максимальный балл  |

ОТВЕТ: 33

24

Биссектрисы углов  $A$  и  $D$  параллелограмма  $ABCD$  пересекаются в точке  $K$ , лежащей на стороне  $BC$ . Докажите, что  $K$  — середина  $BC$ .

B14289

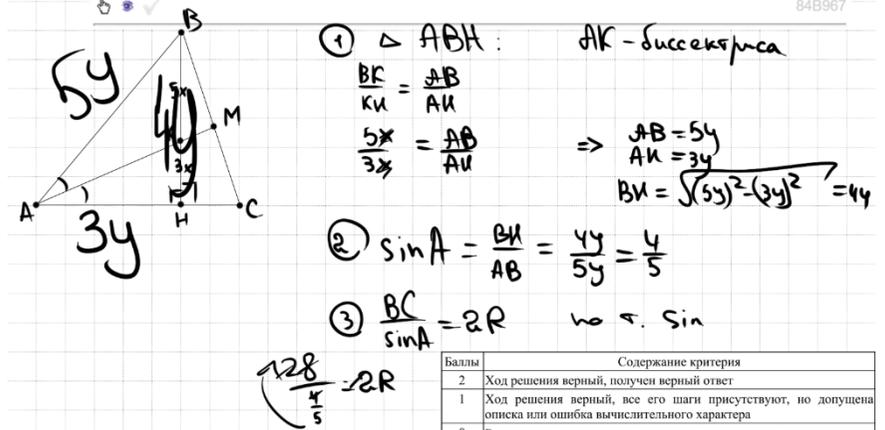


| Баллы | Содержание критерия   |
|-------|---|
| 2     | Доказательство верно, все шаги обоснованы                           |
| 1     | Доказательство в целом верно, но содержит неточности                |
| 0     | Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше |
| 2     | Максимальный балл   |

25

В треугольнике  $ABC$  биссектриса угла  $A$  делит высоту, проведенную из вершины  $B$ , в отношении  $5 : 3$ , считая от точки  $B$ . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника  $ABC$ , если  $BC = 8$ .

84B967



| Баллы | Содержание критерия  |
|-------|--|
| 2     | Ход решения верный, получен верный ответ   |
| 1     | Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера |
| 0     | Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше                                    |
| 2     | Максимальный балл  |

ОТВЕТ: 5



В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953),

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

1. Работа направляется на третью проверку, если расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, которое было оценено двумя экспертами со столь существенным расхождением.

2. Работа участника ОГЭ направляется на третью проверку при наличии расхождений в двух или более заданиях. В этом случае третий эксперт перепроверяет задания 20–25 с развёрнутым ответом.

