

Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзамнационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровня сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

10	-	0	,	8												
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

**Справочные материалы**

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

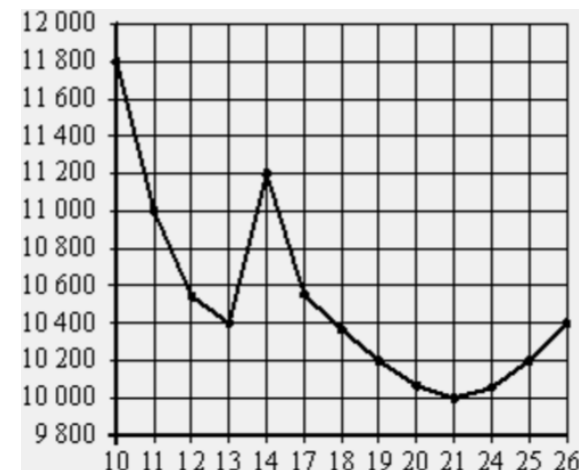
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в **БЛАНК ОТВЕТОВ № 1** справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

- 1** Спидометр автомобиля показывает скорость в милях в час. Какую скорость (в милях в час) показывает спидометр, если автомобиль движется со скоростью 56 км в час? Считайте, что 1 миля равна 1,6 км.

Ответ: \_\_\_\_\_.

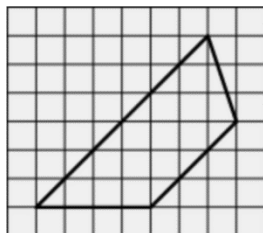
- 2** На рисунке жирными точками показана цена никеля на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 10 по 26 ноября 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – цена тонны никеля в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену никеля на момент закрытия торгов в период с 11 по 17 ноября (в долларах США за тонну).



Ответ: \_\_\_\_\_.



- 3 Найдите площадь трапеции, изображённой на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже 36,8°C, равна 0,94. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура тела окажется 36,8°C или выше.

Ответ: \_\_\_\_\_.

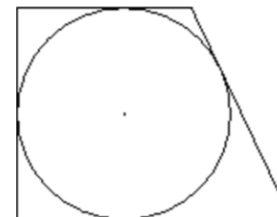
- 5 Решите уравнение

$$\log_{x-1} 81 = 2.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

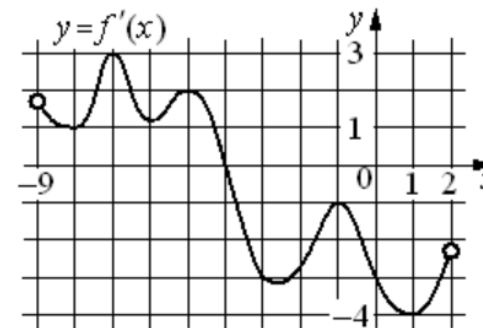
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 40, её большая боковая сторона равна 11. Найдите радиус окружности.



Ответ: \_\_\_\_\_.

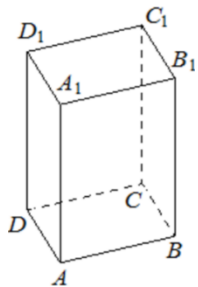
- 7 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-9; 2)$ . В какой точке отрезка  $[-8; -4]$  функция  $f(x)$  принимает наибольшее значение?



Ответ: \_\_\_\_\_.



- 8 Дана правильная четырёхугольная призма  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , площадь основания которой равна 6, а боковое ребро равно 7. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, C, A_1, B_1$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.**

**Часть 2**

- 9 Найдите значение выражения

$$\frac{-6 \sin 374^\circ}{\sin 14^\circ}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Небольшой мячик бросают под острым углом  $\alpha$  к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полёта мячика  $H$  (в м) вычисляется по формуле  $H = \frac{v_0^2}{4g}(1 - \cos \alpha)$ , где  $v_0 = 26$  м/с – начальная скорость мячика, а  $g$  – ускорение свободного падения (считайте  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>). При каком наименьшем значении угла  $\alpha$  мячик пролетит над стеной высотой 7,45 м на расстоянии 1 м? Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 На изготовлении 60 деталей первый рабочий тратит на 4 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 80 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 2 детали больше, чем второй. Сколько деталей за час делает второй рабочий?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наибольшее значение функции

$$y = \ln(8x) - 8x + 7 \text{ на отрезке } \left[ \frac{1}{16}; \frac{5}{16} \right].$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**



Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение

$$\frac{4}{\sin^2\left(\frac{7\pi}{2} - x\right)} - \frac{11}{\cos x} + 6 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right].$$

14 В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 60, а боковое ребро  $SA$  равно 37. Точки  $M$  и  $N$  – середины рёбер  $SA$  и  $SB$  соответственно. Плоскость  $\alpha$  содержит прямую  $MN$  и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит медиану  $CE$  основания в отношении 5:1, считая от точки  $C$ .

б) Найдите расстояние от вершины  $A$  до плоскости  $\alpha$ .

15 Решите неравенство

$$\frac{\log_3 x}{\log_3\left(\frac{x}{27}\right)} \geq \frac{4}{\log_3 x} + \frac{8}{\log_3^2 x - \log_3 x^3}.$$

16 Дана трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ . Диагональ  $BD$  разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями  $AD$  и  $CD$ .

а) Докажите, что луч  $AC$  – биссектриса угла  $BAD$ .

б) Найдите  $CD$ , если известны диагонали трапеции:  $AC = 12$  и  $BD = 6,5$ .

17 15 января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение второго года кредитования нужно вернуть банку 958,5 тыс. рублей. Какую сумму нужно выплатить банку за первые 12 месяцев?

18 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|x^2 - 2ax + 7| = |6a - x^2 - 2x - 1|$$

имеет более двух различных корней.

19 Имеются каменные глыбы: 50 штук по 800 кг, 60 штук по 1000 кг и 60 штук по 1500 кг (раскалывать глыбы нельзя).

а) Можно ли увезти все эти глыбы одновременно на 60 грузовиках, грузоподъёмностью 5 тонн каждый, предполагая, что в грузовик выбранные глыбы поместятся?

б) Можно ли увезти все эти глыбы одновременно на 38 грузовиках, грузоподъёмностью 5 тонн каждый, предполагая, что в грузовик выбранные глыбы поместятся?

в) Какое наименьшее количество грузовиков, грузоподъёмностью 5 тонн каждый, понадобится, чтобы вывезти все эти глыбы одновременно, предполагая, что в грузовик выбранные глыбы поместятся?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



**Система оценивания экзаменационной работы по математике  
(профильный уровень)**

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ
1	35
2	10400
3	18
4	0,06
5	10
6	4,5
7	-4
8	14
9	-6
10	60
11	8
12	6
13	а) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; n \in Z$ б) $\frac{7\pi}{3}$
14	$5\sqrt{3}$
15	$(0; 1) \cup \{9\} \cup (27; +\infty)$
16	5
17	1066,5 тыс.
18	$(-\infty; -2\sqrt{10} - 5) \cup \{-1\} \cup (2\sqrt{10} - 5; \frac{8}{3}) \cup (\frac{8}{3}; +\infty)$
19	а) да б) нет в) 39



### Решения и критерии оценивания заданий 13–19

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

13

а) Решите уравнение

$$\frac{4}{\sin^2\left(\frac{7\pi}{2} - x\right)} - \frac{11}{\cos x} + 6 = 0$$

б) Найдите его корни, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi, \frac{7\pi}{2}\right]$

а)  $\frac{4 \cdot 1}{\cos^2 x} - \frac{11}{\cos x} + 6 = 0$

$\pi$  пусть  $\frac{1}{\cos x} = t$

$4 \cdot t^2 - 11 \cdot t + 6 = 0$

$D = 121 - 4 \cdot 4 \cdot 6 = 25$

$t = \frac{11 \pm 5}{8}$

$t_1 = 2$                        $t_2 = \frac{3}{4}$

$\frac{1}{\cos x} = 2$                        $\frac{1}{\cos x} = \frac{3}{4}$

$\cos x = \frac{1}{2}$                        $\cos x = \frac{4}{3}$   
 нех решим, т.к.  $\cos x \leq 1$

$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

ОТВЕТ: а)  $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

б)  $\frac{7\pi}{2}$

Содержание критерия

Обосновано получены верные ответы в обоих пунктах

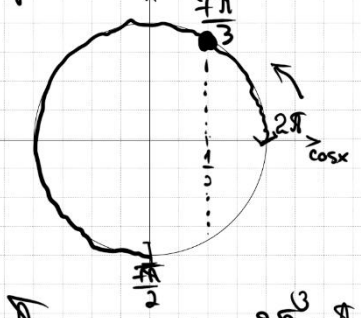
Обосновано получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б

Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше

Источники:

- Ященко 2020 (36 вар)
- Ященко 2019 (36 вар)
- Ященко 2018 (10 вар)
- Ященко 2018 (30 вар)
- Ященко 2018 (36 вар)
- Соснов 2015

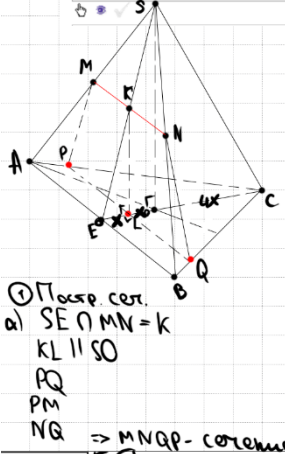
б) Обберём корни с помощью окр-ты:  $\sin x$



Получим:  $x = \frac{2\pi}{1} + \frac{\pi}{3} = \frac{7\pi}{3}$

Содержание критерия	Баллы
Обосновано получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обосновано получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

**14** В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 60, а боковое ребро  $SA$  равно 37. Точки  $M$  и  $N$  — середины ребер  $SA$  и  $SB$  соответственно. Плоскость  $\alpha$  содержит прямую  $MN$  и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.  
а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит медиану  $CE$  основания в отношении 5 : 1, считая от точки  $C$ .  
б) Найдите расстояние от вершины  $A$  до плоскости  $\alpha$ .



$\frac{CL}{LE} = \frac{5}{1}$  ?  
 ②  $\triangle SEO$ :  
 KL — ср. линия  
 $\Rightarrow \angle y \text{ с } \angle b \quad EL = x$   
 $LO = x$   
 Тогда  $CO = 4x$   
 (по св-ву мед. CE)  
 $CL = 5x$   
 $LE = x$   
 $\frac{CL}{LE} = \frac{5}{1}$

б)  $AB \parallel d$   
 (т.к.  $AB \parallel MN$ )  
 $\Rightarrow P(A; d) =$   
 $P(E; d)$   
 $EL$  — искомого  
 Расстояние  
 $CE = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 60 = 30\sqrt{3}$   
 $EL = \frac{1}{6} \cdot 30\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$

**Источники:**  
 ЕГЭ  
 собри  
 Ященко 2019 (36 вар)  
 Основная волна (Резерв) 2015

**СВОЙСТВО МЕДИАНЫ**  
  
 Медианы треугольника пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся в отношении 2:1 считая от вершины

**ПРИЗНАК ПАРALLELЛЬНОСТИ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ**  
  
 Прямая параллельна плоскости, если она параллельна какой-либо прямой, лежащей в этой плоскости

Если  $m \perp c$  то  $m \parallel \alpha$   
 $c \in \alpha$

**ВЫСОТА РАВНОСТОРONНЕГО ТРЕУГОЛЬНИКА**  
  
 $h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$

**ОТВЕТ:** 5√3

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	2

**15** Решите неравенство  
 $\frac{\log_3 x}{\log_3 \left(\frac{x}{27}\right)} \geq \frac{4}{\log_3 x} + \frac{8}{\log_3^2 x - \log_3 x^3}$

$\log_3 x = t$   
 $\frac{t}{t - \log_3 27} \geq \frac{4}{t} + \frac{8}{t^2 - 3t}$   
 $\frac{t}{t-3} \geq \frac{4}{t} + \frac{8}{t(t-3)}$   
 $\frac{t^2 - 4t + 4}{t(t-3)} \geq 0$   
 $\frac{t^2 - 4t + 4}{t(t-3)} \geq 0$   
  
 $\begin{cases} t < 0 \\ t = 2 \\ t > 3 \end{cases}$

**ОТВЕТ:**  $(0; 1) \cup \{9\} \cup (27; +\infty)$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	2

При этом в первом случае выставления 1 балла допускаются только ошибки в строгости неравенства: «<» вместо «≤», или наоборот. Если в ответ включено значение переменной, при котором одна из частей неравенства не имеет смысла, то следует выставлять оценку «0 баллов».

**Источники:**  
 ЕГЭ  
 собри  
 Ященко 2020 (36 вар)  
 Ященко 2019 (36 вар)  
 Ященко 2018 (36 вар)  
 Основная волна 2017

$t < 0$   
 $\log_3 x < \log_3 1$   
 $x < 1$   
 $x > 0$   
 $0 < x < 1$

$t = 2$   
 $\log_3 x = \log_3 9$   
 $x = 9$

$t > 3$   
 $\log_3 x > \log_3 27$   
 $x > 27$

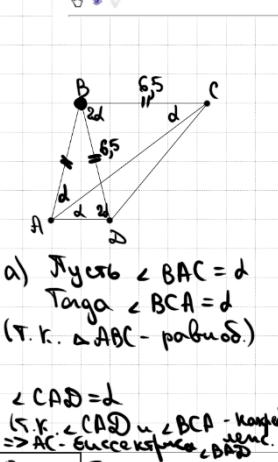
**Объединим:**





**16** Дана трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ . Диагональ  $BD$  разбивает её на два равнобедренных треугольника с основаниями  $AD$  и  $CD$ .

- а) Докажите, что луч  $AC$  — биссектриса угла  $BAD$ .  
 б) Найдите  $CD$ , если известны диагонали трапеции:  $AC = 12$  и  $BD = 6,5$ .



б)  $\angle BAD = 2\alpha$   
 $\angle BDA = \alpha$   
 $\angle CBD = \alpha$

② Рассмотрим  $\triangle ABC$

$\cos \alpha = \frac{6}{6,5} = \frac{12}{13}$

③  $\cos 2\alpha = 2 \cdot \left(\frac{12}{13}\right)^2 - 1 = \frac{119}{169}$

④ Рассмотрим  $\triangle BCD$ .

$CD^2 = \left(\frac{13}{2}\right)^2 + \left(\frac{13}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{13}{2} \cdot \frac{13}{2} \cdot \frac{119}{169}$   
 $CD = 5$

**Источники:**

ФПР  
СтатГрад 2018

**ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ**

- $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$
- $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

**ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА**

- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$
- $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$

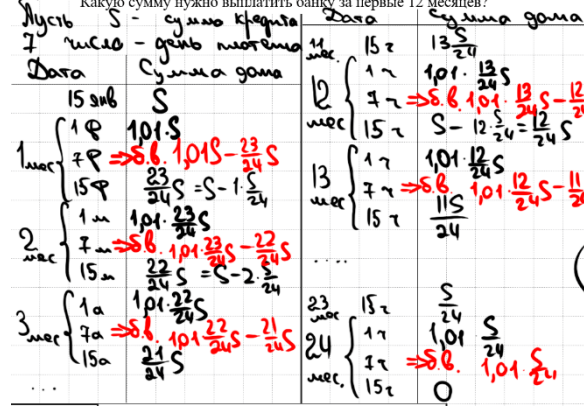
**ОТВЕТ: 5**

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

**17** 15 января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что в течение второго года кредитования нужно вернуть банку 958,5 тыс. рублей. Какую сумму нужно выплатить банку за первые 12 месяцев?



**Источники:**

Ященко 2020 (36 вар)  
 Ященко 2020 (50 вар)  
 Ященко 2019 (36 вар)  
 Ященко 2019 (36 вар)  
 Ященко 2018 (20 вар)  
 Ященко 2018 (30 вар)

Ваша сумма арифмет. прогр.  $\Rightarrow$  Ваш Ф-н  
 $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

① Ваш долг за 2-ой год = 958,5 тыс

$(101 \cdot \frac{12}{24} S - \frac{11}{24} S + 101 \cdot \frac{1}{24} S) \cdot 6 = 958,5$   
 $(13,13 - 11) \cdot S \cdot 6 = 958,5$   
 $\frac{2,13}{4} \cdot S = 958,5$   
 $S = \frac{958,5 \cdot 4}{2,13}$   
 $S = \frac{1917 \cdot 2 \cdot 100}{213} = 1800$  тыс

② Ваш долг за 1-ый год - ?

$(101S - \frac{23}{24} S + 101 \cdot \frac{13}{24} S - \frac{12}{24} S) \cdot 12 = 958,5$   
 $(\frac{101 \cdot 37}{24} S - \frac{35}{24} S) \cdot 6 = 958,5$   
 $(37,37 S - 35 S) \cdot 6 = 958,5$   
 $2,37 \cdot S \cdot 6 = \frac{237 \cdot 1800}{100 \cdot 24} = 1800$   
 $= 1066,5$  тыс

**ОТВЕТ: 1066,5 тыс**

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

Несколько подробнее: 1 балл можно выставлять в тех случаях, когда сюжетное условие задачи верно сведено к решению математической (арифметической, алгебраической, функциональной, геометрической) задачи. Именно к решению, а не к отдельному равенству, набору уравнений, уравнению, задающему функцию и т.п. Грубо говоря, предъявленный текст должен включать направление, «продолжаемое» до верного решения. Оценка в 2 балла, разумеется, включает в себя условие выставления 1 балла, но существенно ближе к верному решению задачи.

Здесь предполагается завершённое, практически полное решение соответствующей математической задачи. Типичные допустимые погрешности здесь — вычислительные ошибки (при наличии всех шагов решения) или недостаточно полные обоснования.

Отметим, что термин «математическая модель», быть может, излишне высокопарен для сравнительно простых задач экономического содержания, предлагаемых на ЕГЭ. Однако, по нашему мнению, он наиболее лаконичен, общепонятен и достаточно ясен для того, чтобы попытаться отыскать ему адекватную замену. Следует подчеркнуть, что один и тот же сюжет может быть успешно сведен к различным математическим моделям и доведён до верного ответа. По этой причине в критериях проверки нигде нет жесткого упоминания о какой-либо конкретной (арифметической, алгебраической, геометрической, функциональной) модели.

Вообще, способов верного решения заданий этого типа никак не меньше, чем для привычных текстовых задач. Возможен и стиль, приближённый к высшей математике, и наивный подход, напоминающий арифметический способ решения текстовых задач, и метод, использующий специфические для математической экономики понятия (целевая функция, симплекс-метод и т.п.).





18

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|x^2 - 2ax + 7| = |6a - x^2 - 2x - 1|$$

имеет более двух различных корней.

**Источники:**

ФИПИ  
Основная волна 2014

**СВОЙСТВА КОРНЕЙ**

- $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$
- $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$
- $(\sqrt{a})^2 = a$
- $\sqrt{a^2} = |a|$
- $\sqrt[3]{a^3} = a$

$$\begin{aligned} & (x^2 - 2ax + 7)^2 = (6a - x^2 - 2x - 1)^2 \\ & (x^2 - 2ax + 7)^2 - (6a - x^2 - 2x - 1)^2 = 0 \\ & (x^2 - 2ax + 7 - 6a + x^2 + 2x + 1)(x^2 - 2ax + 7 + 6a - x^2 - 2x - 1) = 0 \\ & (2x^2 - 2ax - 6a + 2x + 8)(6a - 2ax + 6 - 2x) = 0 \quad | :4 \\ & (x^2 - ax - 3a + x + 4)(3a - ax + 3 - x) = 0 \\ & (x^2 - ax - 3a + x + 4) \cdot (a \cdot (3-x) + (3-x)) = 0 \\ & (x^2 - ax - 3a + x + 4) \cdot (3-x)(a+1) = 0 \end{aligned}$$

При  $a = -1$  будет бесконечн. кол-во реш.  
При  $a \neq -1$   
 $x_1 = 3$

$$x^2 - ax - 3a + x + 4 = 0$$

должно иметь 2 реш и  $x \neq 3$

$$\begin{cases} D > 0 \\ 3^2 - a \cdot 3 - 3a + 3 + 4 \neq 0 \end{cases}$$

**ОТВЕТ:**  $(-\infty; -2\sqrt{10}-5) \cup \{-1\} \cup (2\sqrt{10}-5; \frac{8}{3}) \cup (\frac{8}{3}; +\infty)$

Содержание критерия	Баллы
Обосновано получен правильный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений $a$ , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений $a$	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений $a$	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	4

$$x^2 + (1-a) \cdot x + 4 - 3a = 0$$

$$D = (1-a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (4-3a)$$

$$\begin{cases} 1 - 2a + a^2 - 16 + 12a > 0 \\ 9 - 6a + 7 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 + 10a - 15 > 0 \\ 16 \neq 6a \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{11}{6} & \frac{11}{6} \\ -2\sqrt{10}-5 & 2\sqrt{10}-5 \\ a \neq \frac{8}{3} \end{cases}$$

Объединим  $a = -1$

19

Имеется каменные глыбы: 50 штук по 800 кг, 60 штук по 1 000 кг и 60 штук по 1 500 кг (раскалывать глыбы нельзя).

а) Можно ли увезти все эти глыбы одновременно на 60 грузовиках, грузоподъемностью 5 тонн каждый, предполагая, что в грузовик выбранные глыбы поместятся?

б) Можно ли увезти все эти глыбы одновременно на 38 грузовиках, грузоподъемностью 5 тонн каждый, предполагая, что в грузовик выбранные глыбы поместятся?

в) Какое наименьшее количество грузовиков, грузоподъемностью 5 тонн каждый, понадобится, чтобы вывезти все эти глыбы одновременно, предполагая, что в грузовик выбранные глыбы поместятся?

**Источники:**

ФИПИ  
Досрочная волна 2013

а) **Пример:**  
①  $\frac{5000}{800} = 6,25$  (800кг)  $\approx 6$  грузовиков

②  $\frac{50}{5} = 10$  (1т грузовиков)

③  $\frac{5000}{1000} = 5$  (1000кг)  $\approx 5$  грузовиков

④  $\frac{5000}{1500} \approx 3$  (1500кг)  $\approx 3$  грузовиков

⑤  $\frac{50}{3} \approx 17$  (17т грузовиков)

⑥  $\frac{60}{3} = 20$  (20т грузовиков)

**ОТВЕТ:** а) Да, пример привел  
б) Нет  
в) 39.

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта а; – обоснованное решение пункта б; – исковая оценка в пункте в;	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	4

д)  $38 \cdot 5 \text{ тонн} = 190 \text{ (тонн)}$  – суммарная грузоподъемность  
 $50 \cdot 800 + 60 \cdot 1000 + 60 \cdot 1500 = 190 \text{ тонн}$   
 $\Rightarrow$  можно заполнить все грузовики полностью

Единственный вариант размещения 1500кг глыб – по 2 глыбы в каждый грузовик  $\Rightarrow 30$  грузовиков

Остаток 50  $\cdot$  800 кг и их расфасовать не получится  $\Rightarrow$  нельзя.

б) **Комплект по грузовикам  $\geq 39$**   
30 грузовиков заполнены всеми 1000кг и 1500кг  
Остаток заполнить 9 грузовиков:

①  $\frac{5000}{800} \approx 6$  глыб  
②  $\frac{50}{5} \approx 10$  (машин)  
 $\Rightarrow 39$  грузовиков можно заполнить.



В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 13–19. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

