

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 8 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 4 задания с кратким ответом повышенного уровня сложности и 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

К И М
Ответ: -0,8

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

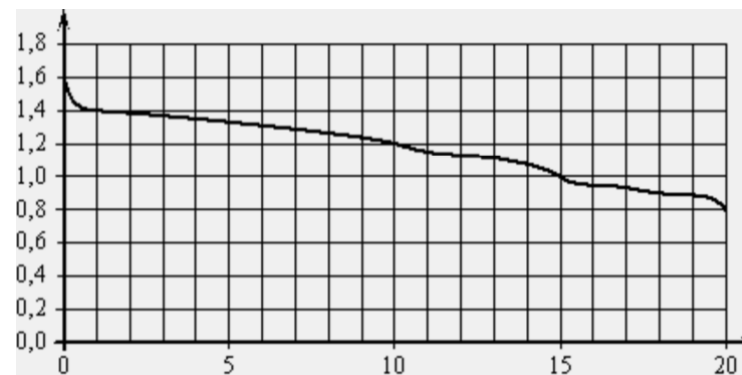
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

- 1** В школе 400 учеников, из них 30% – ученики начальной школы. Среди учеников средней и старшей школы 15% изучают французский язык. Сколько учеников в школе изучает французский язык, если в начальной школе французский язык не изучается?

Ответ: _____.

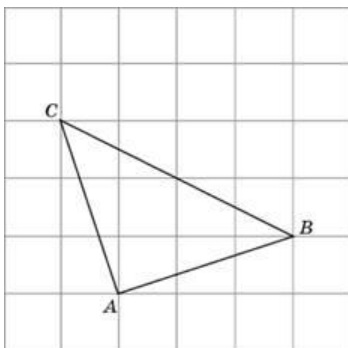
- 2** При работе фонарика батарейка постепенно разряжается и напряжение в электрической цепи фонарика падает. На рисунке показана зависимость напряжения в цепи от времени работы фонарика. На горизонтальной оси отмечается время работы фонарика в часах, на вертикальной оси – напряжение в вольтах. Определите по рисунку, на сколько вольт упадёт напряжение за первые 10 часов работы фонарика.



Ответ: _____.



- 3 На клетчатой бумаге с размером клетки $\sqrt{5} \times \sqrt{5}$ изображён треугольник ABC . Найдите длину его высоты, опущенной на сторону BC .



Ответ: _____.

- 4 В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что количество выпавших орлов меньше 2.

Ответ: _____.

- 5 Решите уравнение

$$\sqrt{40 + 3x} = x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

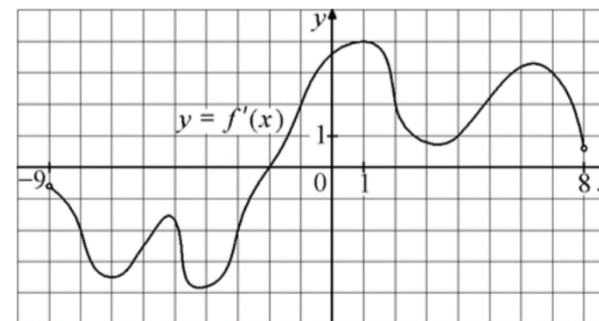
Ответ: _____.

- 6 В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла, равен 14° . Найдите меньший угол прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

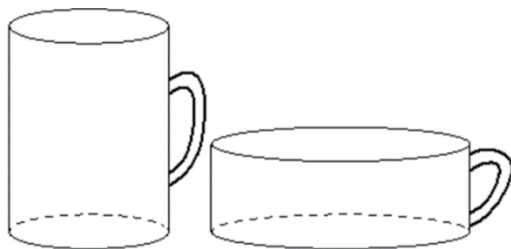
- 7 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-9; 8)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-3; 3]$.



Ответ: _____.



- 8 Первая цилиндрическая кружка вдвое выше второй, зато вторая в три раза шире. Найдите отношение объёма второй кружки к объёму первой.



Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1.

Часть 2

- 9 Найдите $16 \cos 2\alpha$, если $\cos \alpha = 0,5$.

Ответ: _____.

- 10 Наблюдатель находится на высоте h (в км). Расстояние l (в км) от наблюдателя до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{2Rh}$, где $R = 6400$ км – радиус Земли. На какой высоте находится наблюдатель, если он видит линию горизонта на расстоянии 96 км? Ответ дайте в км.

Ответ: _____.

- 11 Имеется два сосуда. Первый содержит 60 кг, а второй – 20 кг растворов кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 30% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 45% кислоты. Сколько процентов кислоты содержится в первом сосуде?

Ответ: _____.

- 12 Найдите наибольшее значение функции

$$y = 20 \operatorname{tg} x - 20x + 5\pi - 6 \text{ на отрезке } \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right].$$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.



Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$2\sin^2 x + 4 = 3\sqrt{3} \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right).$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right].$$

- 14 В пирамиде $SABC$ известны длины рёбер: $AB = AC = \sqrt{29}$, $BC = SA = 2\sqrt{5}$, $SB = SC = \sqrt{13}$.

- а) Докажите, что прямая SA перпендикулярна прямой BC .
б) Найдите угол между прямой SA и плоскостью SBC .

- 15 Решите неравенство

$$15^x - 9 \cdot 5^x - 3^x + 9 \leq 0.$$

- 16 В трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD углы ABD и ACD прямые.

- а) Докажите, что $AB = CD$.
б) Найдите AD , если $AB = 2$, $BC = 7$.

- 17 В июле 2017 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Месяц и год	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020
Долг (в млн рублей)	S	$0,7S$	$0,4S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором разница между наибольшей и наименьшей выплатами будет меньше 2 млн рублей.

- 18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$(4 \cos x - 3 - a) \cdot \cos x - 2,5 \cos 2x + 1,5 = 0$$

имеет хотя бы один корень.

- 19 Готовясь к экзамену, Вася и Петя решали задачи из сборника, и каждый из них решил все задачи этого сборника. Каждый день Вася решал на одну задачу больше, чем в предыдущий день, а Петя решал на две задачи больше, чем в предыдущий день. Они начали решать задачи в один день, при этом в первый день каждый из них решил хотя бы одну задачу.

- а) Могло ли получиться так, что каждый из них решил все задачи сборника ровно за 5 дней?
б) Могло ли получиться так, что каждый из них решил все задачи сборника ровно за 10 дней?
в) Какое наименьшее число задач могло быть в сборнике, если известно, что каждый из них решал задачи более 6 дней, в первый день Вася решил больше задач, чем Петя, а за семь дней Петя решил больше задач, чем Вася.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.





**Система оценивания экзаменационной работы по математике
(профильный уровень)**

Каждое из заданий 1–12 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ
1	42
2	0,4
3	5
4	0,5
5	8
6	31
7	-2
8	4,5
9	-8
10	0,72
11	15
12	14
13	а) $\pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ б) $-\frac{7\pi}{6}$
14	$\arccos\left(\frac{1}{2\sqrt{10}}\right)$
15	[0; 2]
16	8
17	26
18	$(-\infty; -6] \cup [0; +\infty)$
19	а) да б) нет в) 72

Решения и критерии оценивания заданий 13–19

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

13

а) Решите уравнение

$$2\sin^2 x + 4 = 3\sqrt{3}\sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right).$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

Источники:

ЕГЭ
осбпр
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Основная волна 2019
Основная волна 2016
Пробный ЕГЭ 2014
Основная волна (Резерв) 2012

а) $2\sin^2 x + 4 = -3\sqrt{3}\cos x$
 $2(1 - \cos^2 x) + 3\sqrt{3}\cos x + 4 = 0$
 $-2\cos^2 x + 3\sqrt{3}\cos x + 6 = 0$ $1: (-1)$
 $2\cos^2 x - 3\sqrt{3}\cos x - 6 = 0$
 $\text{Пусть } \cos x = t$
 $2t^2 - 3\sqrt{3}t - 6 = 0$
 $D = 27 + 48 = 75 = (\sqrt{75})^2 = (\sqrt{3} \cdot 5)^2$
 $t = \frac{3\sqrt{3} \pm 5\sqrt{3}}{4}$
 $t_1 = 2\sqrt{3}$ $t_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\cos x = 2\sqrt{3}$ $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
 Нет решения $x = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

б) Отбросим корни с помощью оск-тка: $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
 Получим числа: $x = -\pi - \frac{\pi}{6} = -\frac{7\pi}{6}$

ОТВЕТ: а) $\pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 б) $-\frac{7\pi}{6}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а) ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а) и пункта б)	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2



- 14 В пирамиде $SABC$ известны длины ребер: $AB = AC = \sqrt{29}$, $BC = SA = 2\sqrt{5}$, $SB = SC = \sqrt{13}$.

- а) Докажите, что прямая SA перпендикулярна прямой BC .
б) Найдите угол между прямой SA и плоскостью SBC .

6) Пусть AK - высота SA
 SK - проекция прямой SA
на $пл. (SBC)$

Рассмотрим $\triangle ASK$.

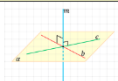
а) $BC \perp AK$ (ск. $AK \perp BC$)
 $BC \perp SK$ (ск. $SK \perp BC$)
 $\Rightarrow BC \perp (ASK)$
 $BC \perp SA$

$\cos \angle ASK = \frac{20 + 8 - 24}{2 \cdot 2\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{2}} = \frac{4}{8\sqrt{10}} = \frac{1}{2\sqrt{10}}$
 $\angle ASK = \arccos\left(\frac{1}{2\sqrt{10}}\right)$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Источники:

Досрочная волна 2019

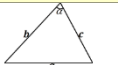
ПРИЗНАК
ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОСТИ
ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Прямая перпендикулярна плоскости, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым, лежащим в этой плоскости

Если $m \perp a$
 $m \perp b$, то $m \perp \alpha$

УГОЛ МЕЖДУ ПРЯМОЙ И
ПЛОСКОСТЬЮ (СПОСОБ #1)

Угол между прямой и плоскостью – это угол между прямой и её проекцией на плоскость

ТЕОРЕМА
КОСИНУСОВ

1 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \alpha$
 2 $\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

- 15 Решите неравенство
 $15^x - 9 \cdot 5^x - 3^x + 9 \leq 0$

$$5^x \cdot (3^x - 9) - (3^x - 9) \leq 0$$

$$(3^x - 9) \cdot (5^x - 1) \leq 0$$

ОТВЕТ: $[0; 2]$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек	1
ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	0
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

При этом в первом случае выставления 1 балла допускаются только ошибки в строгости неравенства: «<» вместо «≤», или наоборот. Если в ответ включено значение переменной, при котором одна из частей неравенства не имеет смысла, то следует выставлять оценку «0 баллов».

Источники:

Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)

$$3^x - 9 \neq 0$$

$$3^x \neq 3^2$$

$$x \neq 2$$

$$5^x - 1 \neq 0$$

$$5^x \neq 1$$

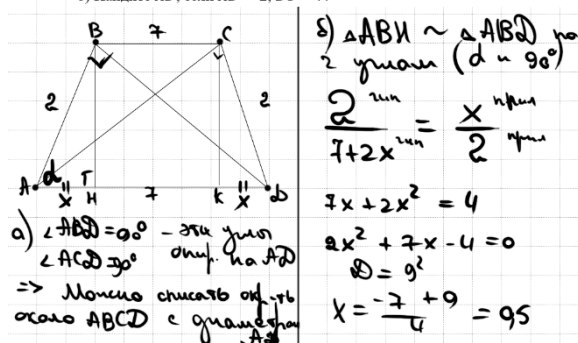
$$5^x \neq 5^0$$

$$x \neq 0$$



16 В трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD углы ABD и ACD прямые.

- а) Докажите, что $AB = CD$.
б) Найдите AD , если $AB = 2$, $BC = 7$.



а) Докажите, что $AB = CD$.	3
б) Найдите AD , если $AB = 2$, $BC = 7$.	2
Итого:	5

Итого:	8
Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Обоснованно получен верный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Источники:

Основная волна 2018
Основная волна (Резерв) 2018

17 В июле 2017 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Месяц и год	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020
Долг (в млн рублей)	S	0,75	0,45	0

Найдите наибольшее значение S , при котором разница между наибольшей и наименьшей выплатами будет меньше 2 млн рублей.

Месяц	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020
Долг (в млн рублей)	S	0,75	0,45	0
Итого:	26			

Итого:	26
Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели и получен результат: — неверный ответ из-за вычислительной ошибки; — верный ответ, но решение недостаточно обосновано	2
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, при этом решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Несколько подробнее: 1 балл можно выставлять в тех случаях, когда сюжетное условие задачи верно сведено к решению математической (арифметической, алгебраической, функциональной, геометрической) задачи. Именно к решению, а не к отдельному равенству, набору уравнений, уравнению, задающему функцию и т.п. Грубо говоря, предъявленный текст должен включать направление, «продолжаемое» до верного решения. Оценка в 2 балла, разумеется, включает в себя условие выставления 1 балла, но существенно ближе к верному решению задачи.

Здесь предполагается завершённое, практически полное решение соответствующей математической задачи. Типичные допустимые погрешности здесь — вычислительные ошибки (при наличии всех шагов решения) или недостаточно полные обоснования.

Отметим, что термин «математическая модель», быть может, излишне высокопарен для сравнительно простых задач экономического содержания, предлагаемых на ЕГЭ. Однако, по нашему мнению, он наиболее лаконичен, общепонятен и достаточно ясен для того, чтобы попытаться отыскать ему адекватную замену. Следует подчеркнуть, что один и тот же сюжет может быть успешно сведен к различным математическим моделям и доведён до верного ответа. По этой причине в критериях проверки нигде нет жесткого упоминания о какой-либо конкретной (арифметической, алгебраической, геометрической, функциональной) модели.

Вообще, способов верного решения заданий этого типа никак не меньше, чем для привычных текстовых задач. Возможен и стиль, приближенный к высшей математике, и наивный подход, напоминающий арифметический способ решения текстовых задач, и метод использующий специфические для математической экономики понятия (целевая функция, симплекс-метод и т.п.).

Источники:

Основная волна 2016



18

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$(4 \cos x - 3 - a) \cdot \cos x - 2,5 \cos 2x + 1,5 = 0$$

имеет хотя бы один корень.

$$(2 \cos^2 x - 1)$$

$$4 \cos^2 x - 3 \cos x - a \cos x - 2,5 \cos 2x + 1,5 = 0$$

$$4 \cos^2 x - 3 \cos x - a \cos x - 5 \cos^2 x + 2,5 + 1,5 = 0$$

$$-\cos^2 x - 3 \cos x - a \cos x + 4 = 0$$

$$\text{Пусть } \cos x = t \quad -1 \leq t \leq 1$$

$$t^2 + 3t + a \cdot t - 4 = 0$$

$$t^2 + (3+a)t - 4 = 0$$

График - парабола, ветви ↑, проходит через $(0, -4)$

$$\begin{cases} f(-1) \geq 0 \\ f(1) \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 - (3+a) - 4 \geq 0 \\ 1 + (3+a) - 4 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a \geq 6 \\ a \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} a \leq -6 \\ a \geq 0 \end{cases}$$

Источники:

FIP
Досрочная волна 2013

19

Готовясь к экзамену, Вася и Петя решали задачи из сборника, и каждый из них решил все задачи этого сборника. Каждый день Вася решал на одну задачу больше, чем в предыдущий день, а Петя решал на две задачи больше, чем в предыдущий день. Они начали решать задачи в один день, при этом в первый день каждый из них решил хотя бы одну задачу.

- а) Могло ли получиться так, что каждый из них решил все задачи сборника ровно за 5 дней?
 б) Могло ли получиться так, что каждый из них решил все задачи сборника ровно за 10 дней?
 в) Какое наименьшее число задач могло быть в сборнике, если известно, что каждый из них решал задачи более 6 дней, в первый день Вася решил больше задач, чем Петя, а за семь дней Петя решил больше задач, чем Вася.

Источники:

Досрочная волна 2019

а) Вася решил

$$a_1, a_{i+1}, a_{i+2}, a_{i+3}, a_{i+4}$$

$$5a_1 + 10$$

$$Петя решил$$

$$c_1, c_{i+2}, c_{i+4}, c_{i+6}, c_{i+8}$$

$$5c_1 + 20$$

$$a) \text{ да}$$

$$b) \text{ нет}$$

$$b)$$

$$b)$$

$$b)$$

$$b)$$

$$b)$$

$$b)$$

$$b)$$

$$b)$$

$$b)$$

$$b)$$

$$b)$$

$$b)$$

б) Вася решил

$$a_1, a_{i+1}, a_{i+2}, \dots, a_{i+9}$$

$$5a_1 = 5c_1 + 10 \quad 1:5$$

$$a_1 = c_1 + 2$$

$$\text{Пусть } c_1 = 3$$

$$a_1 = 5$$

$$\text{Каждый решил 35 задач}$$

$$Петя решил$$

$$c_1, c_{i+2}, \dots, c_{i+8}$$

$$Петя всего решил$$

$$10c_1 + \frac{2+18}{2} \cdot 9$$

$$10c_1 + 90$$

$$10 \cdot a_1 + 45 = 10c_1 + 90$$

$$10a_1 = 10c_1 + 45$$

$$a_1 = c_1 + 4,5$$

$$\text{нет решений в целых числах}$$

$$\text{нет решений в целых числах}$$

$$\text{нет решений в целых числах}$$

$$\text{нет решений в целых числах}$$

$$\text{нет решений в целых числах}$$

$$\text{нет решений в целых числах}$$



в) Какое наименьшее число задач могло быть в сборнике, если известно, что каждый из них решал задачи более 6 дней, в первый день Вася решил больше задач, чем Петя, а за семь дней Петя решил больше задач, чем Вася.

Вася решил $a_1, a_{1+1}, a_{1+2}, a_{1+3}, a_{1+4}, a_{1+5}, a_{1+6}$ за 7 дней $\Rightarrow$ Вася всего решил: $\frac{a_1 + a_{1+6}}{2} \cdot 7 =$

Петя решил $c_1, c_{1+2}, \dots, c_{1+12}$ за 7 дней $\Rightarrow$ Петя всего решил: $\frac{c_1 + c_{1+12}}{2} \cdot 7 =$

$$\begin{cases} a_1 > c_1 \\ 7c_1 + 42 > 7a_1 + 21 \end{cases} \quad | -21$$

$$\begin{cases} a_1 > c_1 \\ c_1 + 3 > a_1 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Разница между первым числом чисел Васи и Пети 1 или 2

Пусть Петя решил задачи 7 дней

Петя решил 1 3 5 7 9 11 13 $\Rightarrow$ Всего 49 задач

Вася решил 2 3 4 5 6 7 8 9 $\Rightarrow$ Всего 35 задач

Петя решил $c_1, c_{1+2}, \dots, c_{1+12}$ $\Rightarrow$ Всего $7c_1 + 42$

Вася решил $c_{1+1}, c_{1+2}, c_{1+3}, c_{1+4}, c_{1+5}, c_{1+6}, c_{1+7}$ $\Rightarrow$ Всего $7c_1 + 28$

$\Rightarrow$ через 7 дней между ними дистанция 14 задач за 2 и более часов дистанция не инвиз.

$$c_1 + 8 = 14$$

$$c_1 = 6$$

$$\Rightarrow 7c_1 + 42 = 7 \cdot 6 + 42 = 84 \text{ задач}$$

$$\text{Если } a_2 - c_1 = 2$$

Петя решил $c_1, c_{1+2}, c_{1+4}, c_{1+6}, c_{1+8}, c_{1+10}, c_{1+12}$ $\Rightarrow$ Всего $7c_1 + 42$

Вася решил $c_{1+2}, c_{1+3}, c_{1+4}, c_{1+5}, c_{1+6}, c_{1+7}, c_{1+8}$ $\Rightarrow$ Всего $7c_1 + 35$

$\Rightarrow$ через 7 дней между ними дистанция 7 задач $\Rightarrow$ дистанция 7 задач инвизировать невозможно

Пусть Петя решил задачи 8 дней

$$\text{Если } a_1 - c_1 = 1$$

Петя решил $c_1, c_{1+2}, \dots, c_{1+14}$ Всего $8c_1 + 56$

Вася решил $c_{1+1}, c_{1+2}, c_{1+3}, \dots, c_{1+8}$ Всего $8c_1 + 36$

$\Rightarrow$ через 8 дней между ними 20 задач дистанция и её можно инвизировать только за 1 день, т.е.

$$c_1 + 9 = 20$$

$$c_1 = 11$$

$$\Rightarrow 8c_1 + 56 = 144 \text{ задачи}$$

$$\text{Если } a_1 - c_1 = 2$$

Петя решил $c_1, c_{1+2}, \dots, c_{1+14}$ Всего $8c_1 + 56$

Вася решил $c_{1+2}, c_{1+3}, \dots, c_{1+9}$ Всего $8c_1 + 44$

$\Rightarrow$ через 8 дней между ними 12 задач дистанция и её можно инвизировать только за 1 день, т.е.

$$c_1 + 10 = 12$$

$$c_1 = 2$$

$$\Rightarrow 8 \cdot 2 + 56 = 72 \text{ задач}$$

Пусть Петя решил задачи 9 дней

$$\text{Если } a_1 - c_1 = 1$$

Петя решил $c_1, c_{1+2}, c_{1+4}, c_{1+6}, c_{1+8}, \dots, c_{1+18}$

$$\text{Всего } 9c_1 + 72$$

$$\text{Заметим, что } 9c_1 + 72 \geq 81$$

Если Петя решил задачи 10 дней

$$\begin{array}{r} c_1 + c_{1+8} \\ \hline 2 \end{array} \cdot 10 = 10c_1 + 90$$

$$10c_1 + 90 \geq 100$$

$\Rightarrow$ увеличивать кол-во дней не имеет смысла при поиске минимального числа задач

Ответ: а) 20 б) нет в) 72.





В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;

2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 13–19. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.