10 класс.

1. Три квадрата расположены, как на рисунке. Найдите величину угла между прямыми АС и ВD

B C

A D

1. Докажите, что на графике функции есть точка, которая является центром симметрии графика.
2. Петя, Вася, Коля и Миша играли в футбол. Один из них разбил мячом стекло. На вопрос «Кто это сделал?» Петя, Вася и Коля ответили: «Не я», а Миша – «Не знаю». Потом оказалось, что двое из них сказали правду, а двое – неправду. Знает ли Миша, кто разбил стекло?
3. ABCDA1B1C1D1 – куб с ребром 2см. Паук находится в точке О − центре грани ABB1A1. Какую наименьшую длину может иметь путь паука по поверхности куба в вершину С?
4. Докажите, что уравнение *x*2000+3*x*2-*x*+1=0 не имеет действительных корней.

10 класс. Ответы, решения.

1. Ответ: 45⁰.

Получить ответ можно, например, с помощью скалярного произведения векторов и .

1. Доказательство: функция переписывается в виде: . Её график получается сдвигом графика на −2 вдоль OX и на −3 вдоль OY. Следовательно, точка (−2;−3) является центром симметрии данного графика.
2. Ответ: Миша знал, кто разбил стекло.

Решение: Начнем с ответов Пети, Васи и Коли. Так как стекло разбил кто-то один, то среди ответов Пети, Васи и Коли может быть лишь один ложный, иначе при двух ложных ответах получается, что стекло разбили двое.   
Тогда вторым ложным ответом будет ответ Миши, так как всего ложных ответов два. Поэтому Миша знал, кто разбил стекло.

***Комментарий.*** *Только ответ – 0 баллов*

1. Ответ: .

Решение: на развёртке граней ABCD и ABB1A1 вычислить длину отрезка ОС.

***Комментарий****. Только ответ – 1 балл*

1. Так как квадратное уравнение   3*x*2-*x*+1=0 не имеет действительных корней (*D*<0), а "ветви" соответствующего квадратного трехчлена направлены вверх, то для любого *x* верно неравенство 3*x*2-*x*+1>0. Следовательно, для любого *x* верно и неравенство *уравнение x2000+3x2-x+1*>0, то есть данное уравнение не имеет действительных корней, ч. т. д.