**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике в 2016 - 2017 учебном году.**

**Задания**

**9 класс**

**1.Вася задумал два числа. Их сумма равна их произведению и равна их частному. Какие числа задумал Вася?**

**Решение:**

Обозначим числаи .Тогда по условию задачи:  = = . Из уравнения = следует, что либо = 0 и у ≠ 0, либо = 1, а – любой. При = 0 из уравнения  = следует, что у = 0, противоречие. Из уравнения = 1 получаем, что либо у = 1, либо у = – 1. При у = 1 решений у уравнения  = нет, а при у = – 1 из уравнения  = получаем

= .

**Ответ: ;** – **1.**

**2. Вместо знаков многоточия вставьте такие числа, чтобы выражение**

**+ … × ×** (**…**) **×** ( **+ … + 6**)

**стало тождеством.**

**Решение:** Обозначим неизвестные коэффициенты ***a, b, c*** соответственно: ( **= (*х + b***) **(+ *с х* + 6**)и приведем к стандартному виду многочлены в левой и правой части:

**+ (*а* + 3) + (3 *а* + 2) *х* + 6 = + (*b + c*) + (*bc* + 6) *х* + 6*b***

Данное равенство будет являться тождеством тогда и только тогда, когда одновременно выполняются равенства**6*b =* 6; *bc* + 6 = 3 *а* + 2; *b + с = а* + 3.** Решая соответствующую систему уравнений, получим, что ***b* = 1, *а* = 3; *с* = 5.**

**Ответ: + 3** () **( + 5 + 6)**

**3. В тот день, когда Диму поздравляли с днем рождения его брат и сестра, Дима сказал: «Смотрите, как интересно, я теперь вдвое старше брата и втрое сестры!». «А ваш средний возраст 11 лет»,** – **подхватил папа. Сколько лет исполнилось Диме?**

**Решение:**

***Первый способ.*** По условию задачи можно составить уравнение.

Пусть возраст Димы – *х* лет,

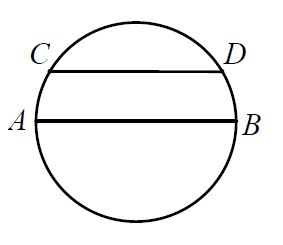
тогда возраст сестры *х : 3*, а брата – *х : 2; (х + х : 3 + х : 2): 3 = 11*.

После решения этого уравнения получаем, что *х* = 18. Диме исполнилось 18 лет.

***Второй способ***. Если возрасты Димы, его брата и сестры изобразить отрезками, то «Димин отрезок» состоит из двух «отрезков брата» и «трех отрезков сестры». Тогда, если возраст Димы поделить на 6 частей, то возраст сестры – две такие части, а возраст брата – три такие части. Тогда сумма их возрастов – 11 таких частей. С другой стороны, если средний возраст равен 11 лет, то сумма возрастов – 33 года. Откуда следует, что в одной части – три года. Значит, Диме исполнилось 18 лет.

**Ответ: 18 лет.**

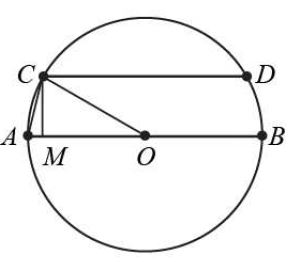
**4. В окружности провели диаметр *АВ* и параллельную ему хорду *СD* так, что расстояние между ними равно половине радиуса этой окружности (см. рисунок). Найдите угол *САВ*.**

****

**Решение:**

Рассмотрим треугольник *АОС*, где *О* – центр окружности. Этот треугольник равнобедренный, так как *ОС* и *ОА* – радиусы. Значит, по свойству равнобедренного треугольника, углы  *А* и *С* равны. Проведем перпендикуляр *СМ* к стороне *АО* и рассмотрим прямоугольный треугольник *ОМС*. По условию задачи, катет *СМ* – половина гипотенузы ОС. Значит, величина угла *СОМ* равна 30°. Тогда, по теореме о сумме углов треугольника получаем, что угол *САО* (или *САВ*) равен 75°.

**Ответ: 75°.**

****

**5. Разрежьте квадрат со стороной 4 на прямоугольники, сумма периметров которых равна 25.**

**Решение:**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

**Ответ: Например, два прямоугольника 2 × 0,5 и один прямоугольник**

**3,5 × 4 (см. рисунок).**

**Суммарный периметр 2 × 2 × (2 + 0,5) + 2 × (3,5 + 4) = 25**