**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике в 2016-2017 учебном году**

**Задание**

**8 класс**

**1. У Васи в кошельке лежало немного денег. Вася положил в кошелек еще 49 рублей и сумма денег в кошельке увеличилась в 99 раз. Сколько денег стало у Васи в кошельке.**

**Решение:**

Пусть в начале у Васи было *х* рублей.

Из условия задачи получаем, что *х* + 49 = 99 *х*.

Решая это уравнение, получаем *х* = 0,5 рубля = 50 копеек.

**Ответ: 49 рублей 50 копеек**

**2. Число *а* таково, что прямые *y = ax +* 1*; y = x + a* и *y =* 3 различны и пересекаются в одной точке. Каким может быть *а*?**

**Решение:**

***Первый способ*:**

Заметим, что при *х =* 1 выполняется *а х +* 1*= х + а = а +* 1*,* так что точка

*М* (1*; а +* 1)является общей для прямых *у = а х +* 1и *у = х + а.* Так как прямые различны, *М* – их единственная общая точка. Поэтому прямая *у =* 3 тоже должна проходить через неё, откуда *а +* 1 *=* 3 и *а =* 2. Легко видеть, что при *а =* 2 все три прямые действительно различны.

***Второй способ:***

По условию в точке пересечения *а х +* 1 *= х + а* (*a –* 1)(*x –* 1) *=* 0, откуда *а =* 1 или *х =* 1. Но случай *а =* 1 невозможен, потому что тогда первые две прямые совпали бы. Дальше рассуждаем как в первом решении.

**Ответ: *а = 2.***

**3. В треугольнике АВС проведена медиана АD. Найдите углы треугольника АВС, если ∠ ADC = 120°, ∠ DAB = 60°.**

**Решение:**

∠ ADВ = 180° – ∠ ADC = 60°. Тогда ∠ AВD = 60°. Значит, треугольник АВD – равносторонний. Откуда AD = BD = DC. То есть треугольник ADC – равнобедренный. Значит, ∠ DAС = ∠ DСА = 30°. Следовательно,

∠ ВAС = 90°.

**Ответ: 90°, 60°, 30°.**

**4. Фирма изготавливает лимонный напиток, разбавляя лимонный сок водой. Сначала фирма производила напиток, содержащий 15% лимонного сока. Через некоторое время генеральный директор отдал указание снизить содержание лимонного сока до 10 %. На сколько процентов увеличится количество производимого лимонного напитка при тех же объемах поставок лимонов?**

**Решение:**

***Первый способ.*** Содержание лимонного сока в напитке после указания генерального директора снизилось в полтора раза. Значит, из тех же лимонов можно приготовить в полтора раза больше лимонного напитка. Иными словами, количество производимого лимонного напитка увеличится в полтора раза или на 50 %.

***Второй способ.*** Пусть *х* – количество производимого напитка до указания генерального директора. Тогда количество лимонного сока в этом напитке – 0,15 ⋅ *х*. Пусть теперь *у* – количество производимого напитка после указания генерального директора. Тогда количество лимонного сока в этом напитке – 0,1⋅*у*. Так как подразумевается, что количество лимонного сока не изменилось, получаем равенство 0,15 ⋅ *х* = 0,1⋅*у*. Умножив обе части этого равенства на 10, получаем: *у =* 1,5*⋅* *х*; или *у = х* + 0,5⋅ *х*. Значит, количество производимого напитка увеличилось на 50%.

**Ответ: на 50%.**

**5. Разрежьте квадрат со стороной 4 на прямоугольники, сумма периметров которых равна 25.**

**Решение:**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

**Ответ: Например, два прямоугольника 2 × 0,5 и один прямоугольник**

**3,5 × 4 (см. рисунок).**

**Суммарный периметр 2 × 2 × (2 + 0,5) + 2 × (3,5 + 4) = 25**